

Parametryczna skalaryzacja minimaksowa

Przyjmijmy ogólne sformułowanie problemu minimalizacji wielokryterialnej:

$$\min \{q_1(\mathbf{x}), q_2(\mathbf{x}), \dots, q_m(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in X\}. \quad (1)$$

Funkcja $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_m)$ przyporządkowuje każdemu wektorowi zmiennych decyzyjnych $\mathbf{x} \in X$ wektor ocen $\mathbf{y} = \mathbf{q}(\mathbf{x})$, który mierzy jakość decyzji $\mathbf{x}$ z punktu widzenia ustalonego układu funkcji oceny (kryteriów) $q_1, \dots, q_m$.

Wielokryterialnemu problemowi (1) odpowiada następujący problem jednokryterialny z parametryczną skalaryzacją maksyminową:

$$\min \left\{ \max_{i=1, \dots, m} (q_i(\mathbf{x}) - a_i) : \mathbf{x} \in X \right\}, \quad (2)$$

gdzie a_i dla $i = 1, \dots, m$ to parametry określające poziomy aspiracji — preferowane wartości kryteriów. Problem (2) może być implementowany w postaci następującego zadania programowania liniowego (PL):

$$\begin{array}{ll} \min & z \\ \text{p.o.} & z \geq q_i(\mathbf{x}) - a_i \quad \text{dla } i = 1, \dots, m, \\ & \mathbf{x} \in X, \end{array}$$

gdzie z to dodatkowa nieograniczona zmienna reprezentująca maksymalną wartość różnic $q_i(\mathbf{x}) - a_i$ dla $i = 1, \dots, m$.