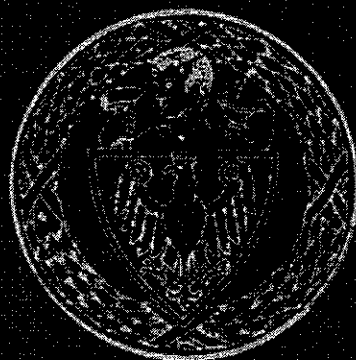


POLITECHNIKA WARSZAWSKA



ROZPRAWA DOKTORSKA

WARSZAWA

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
Wydział Elektroniki

Włodzimierz Kasprzak

Model systemu rozpoznawania obiektów
3-wymiarowych

Rozprawa doktorska

Promotor
doc.dr hab.inż. Kazimierz Bienkowski

Warszawa 1985

Serdecznie dziękuję Panu
doc. dr hab. inż. K. Bieńkowskiemu
za wyrozumiałą opiekę i istotne uwagi
metodologiczne.

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP	3
1.1 Wprowadzenie	3
1.2 Sformułowanie problemu.	3
2. ZAŁOŻENIA SYSTEMU	6
2.1 Paradygmat "computer vision"	6
2.2 System rozpoznawania obiektów	8
2.2.1 Dane wejściowe systemu RO	8
2.2.2 Reprezentacja wiedzy.	8
2.2.3 Prymitywy wysokiego poziomu	9
2.2.4 Strategia rozpoznawania obiektów.	10
3. TEORIA LINGWISTYCZNEGO ROZPOZNAWANIA	12
3.1 Syntaktyczno-semantyczny sposób rozpoznawania	12
3.2 Równoległa gramatyka strukturalna	18
3.3 Semantyka RGS	24
4. JEZYK OPISU OBIEKTÓW	30
4.1 Atomowo równoległa gramatyka strukturalna	30
4.2 Sekwencyjne elementy składni	41
4.2.1 Operacje sklejenia	41
4.2.2 Operacje przesłaniania	50
4.3 Wirtualne reguły wstawiania	56
4.4 Klasa języków opisu obiektów	63
4.4.1 aRGS ^ω ze sklejaniami i przesłanianiami.	63
4.4.2 Restrykcje syntaktyki	66
4.4.3 Produkcje $P_{\alpha}^{\omega}(I)$	68
4.4.4 Produkcje $P_{\beta}^{\omega}(I)$	77
4.5 Atrybutowana gramatyka JOO.	85
4.5.1 Ograniczenia atrybutowania	85
4.5.2 Reguły podstawień dla $P_{\alpha_0}^{\omega}(I)$	86
4.5.3 Semantyka JOO	93
4.6 Interpretacja konfiguracji.	96
4.7 Rzeczywiste konfiguracje	102
5. STRATEGIA ROZPOZNAWANIA W SYSTEMIE RO	104
5.1 Tworzenie hipotez	104
5.2 Procedura CREATE(I)	106
5.3 Procedura MATCHING(W(I))	107
5.4 Procedura EXPAND(I)	113
5.5 Procedury CONSTRUCT(I).	115

5.6 Strategia poszukiwania konfiguracji.	116
5.7 Zstępująca analiza syntaktyczno-semantyczna.	118
5.7.1 Procedura CONFIGURATION	118
5.7.2 Algorytm bezpośredniego wyprowadzenia.	120
5.7.3 Zbiór REDUCE (R^S).	121
6. ZAKOŃCZENIE	123
ZESTAW SYMBOLI	125
BIBLIOGRAFIA	

1. WSTEP

1.1. Wprowadzenie

Zadaniem "analizy scen" /ang. scene analysis/ [DUD 73, FOI 79, HUA 81] jest rozpoznawanie 3-wymiarowych obiektów, względnie utworzenie 3-wymiarowego opisu obrazu. Dotychczasowe praktyczne osiągnięcia w tej dziedzinie są skromne. Zasadniczą trudność sprawia wydobycie cech przestrzennych z 2-wymiarowego obrazu. Dlatego też eksperymentalne systemy analizują bardzo wąski zbiór obiektów [RUB 80, BRO 81, ARM 82], albo wykorzystują urządzenia i metody dostarczające zamiast płaskiego obrazu zbiór 3-wymiarowych prymitywów [NEV 76, KRA 79, KAN 83, OSH 83]. Systemy drugiego rodzaju opierają się zasadniczo na następujących metodach obrazowania [KAS 84]: stereo-para obrazów [YAK 78, HAR 80], pomiar odległości laserem [NIT 77, JAR 83], analiza ruchu w sekwencji obrazów [MAR 78, ULL 79, DRE 81].

Wobec niedoskonałości metod analizy cech przestrzennych z płaskich obrazów, ten kierunek stwarza realniejsze przesłanki efektywnej analizy. Dla informatyka powstaje zadanie określenia struktur danych i sposobów rozpoznawania dla tak zadanego zbioru wejściowego. Niniejsza praca systematyzuje podejście do tego typu problemów. Modeluje się zarówno przestrzeń rozpoznawania, jak i proces analizy. Model wywodzi się z syntaktyczno-semantycznego podejścia [THO 82], należącego do strukturalnych metod rozpoznawania obrazów [FU 74, GON 78, KIT 82]. Wykorzystuje też techniki sztucznej inteligencji [HUN 75, WAH 82] w celu przeszukiwania /ang. search/ bazy danych modeli i poszukiwania optymalnego dopasowania /ang. matching/ wejściowego opisu do posiadanych modeli.

1.2. Sformułowanie problemu

W rozpoznawaniu 3-wymiarowych obiektów wyróżniam trzy główne zagadnienia /procesy/ :

- A - Utworzenie lokalno-powierzchniowego opisu obrazu z wykorzystaniem prymitywów opisu ;
- B - Ustalenie reprezentacji wzorcowych przedmiotów 3-wymiarowych /modeli/ ;
- C - Interpretacja opisu obrazu w terminach modeli.

Proces A/ jest odwrotnością operacji rzutowania przestrzeni 3-wymiarowej na 2-wymiarową i polega na wydobyciu z płaskiego obrazu cech

3-wymiarowych. Opracowanie tego procesu stanowi główną trudność w dziedzinie analizy scen. W wyniku rzutowania zniekształceniu ulega zarówno informacja syntaktyczna, jak i semantyczna o przedmiocie. Przez utratę syntaktyki rozumiem wieloznaczność odwzorowania w zbiór prymitywów. Dla przykładu odcinek w przestrzeni 3-wymiarowej może być zrzutowany na odcinek lub punkt, krzywa 3-go stopnia na krzywą lub odcinek. Utrata semantyki polega na zależności parametrów metrycznych prymitywu od położenia rzutowanego elementu od środka rzutowania.

Reprezentacja B/ powinna być inwariantna ze względu na przekształcenia 3-wymiarowe - przesunięcie, skalowanie, obrót, oraz umożliwić modelowanie zmienności wymiarów i struktur klas przedmiotów. Zwarta forma reprezentacji brył wykorzystuje tylko punkty powierzchni "obejmującej" bryłę, które oddzielają punkty jej wnętrza od otoczenia. Zwykle taka powierzchnia brzegowa dzielona jest w punktach nieciągłości pochodnej funkcji opisującej na ścianki /ang. faces/, które mogą być płaskie lub zakrzywione. Każda ścianka ograniczona jest przez ciąg zamkniętych krawędzi /ang. edges/. Przyległe krawędzie przecinają się w wierzchołkach /ang. vertices/.

W ogólności reprezentacja przedmiotów nie musi być wyrażona w postaci tych samych prymitywów, w których wyrażony jest opis obrazów. Podczas interpretacji C/ należy rozwiązać dwa zagadnienia :

- znaleźć odwzorowanie prymitywów opisu obrazu w prymitywy reprezentacji przedmiotów,
- wyrazić opis obrazu w terminach modeli.

Zagadnienie pierwsze wymaga :

- liniowego uporządkowania zbioru prymitywów,
- dopuszczenia wieloznacznego przyporządkowania prymitywowi opisu różnych jakościowo prymitywów reprezentacji,
- wielokrotnej reprezentacji prymitywów - tzw. rozklejenie prymitywów,
- uzupełnienia o prymitywy "niewidoczne" ze względu na nieprzezroczystość brył i wzajemne przesłanianie przedmiotów.

Realizacja zagadnienia drugiego zależy bezpośrednio od przyjętej reprezentacji wzorców. Może polegać na odwzorowywaniu opisu obrazu w opisy coraz wyższego, bardziej abstrakcyjnego poziomu.

W praktyce w procesie interpretacji wykorzystuje się predykcję - przewidywanie wynikowego opisu. Poprzez odwzorowanie go w opis umożliwiający bezpośrednie porównanie z opisem obrazu sprawdza się prawidłowość przyjętej hipotezy. W ten sposób rozwiązanie obu zagadnień procesu odbywa się jednocześnie z wzajemnym uzupełnianiem

się. Ze względu na ogólną ideę proces interpretacji możemy porównać do tzw. maszyny kreacji sformułowanej przez Tanga, Huanga [TAN 79, str.137] : " ... mając dany zbiór słów $B = \{w \mid w = (a, v)\}$ i semantyczną gramatykę G znaleźć sentencję $Z = w_1 \dots w_n$; $w_1, \dots, w_n \in B$, taką, że Z jest poprawna syntaktycznie i semantycznie."

W pracy podaję model dla procesów B/ i C/ przy założeniu, że analizowany zbiór składa się z 3-wymiarowych prymitywów "widocznych" na obrazie.

Praktyczną motywacją podjęcia tematu pracy jest system rozpoznawania obiektów, którego założenia i "filozofię" podaję w rozdziale drugim. Rozdział trzeci traktuje o algebraicznych podstawach modelu. W pkt. 3.1 omawiam formalne aspekty dotychczas stosowanych rozwiązań w ramach syntaktyczno-semantycznej metody rozpoznawania obrazów, formułując wniosek o konieczności rozszerzenia tej metody w przypadku rozpoznawania obiektów 3-wymiarowych. Stanowi je atrybutowana równoległa gramatyka strukturalna definiowana w dalszej części rozdziału.

W rozdziale czwartym konstruuje język opisu obiektów, będący specyficzną, dogodną do opisu 3-wymiarowych obiektów konkretyzacją ogólnej teorii. Elementami składni są : atomowo równoległa gramatyka strukturalna, operacje sklejenia i przesłaniania. Proces interpretacji odpowiada analizie syntaktyczno-semantycznej w języku opisu obiektów. Efektywny sposób analizy umożliwiają pomocnicze konstrukcje - tzw. dominantowy charakter produkcji i produkcje odtwarzające aproksymację elementów złożonych.

W rozdziale piątym podaję zarys implementacji sposobu rozpoznawania stosowanego w systemie rozpoznawania obiektów, posługując się pojęciami wprowadzonego wcześniej modelu.

2. ZAŁOŻENIA SYSTEMU

2.1. Paradygmat "computer vision"

Pojęcie "widzenia komputerowego" /ang. computer vision/ [WIN 75, HAN 78, BAL 82, BRA 83] obejmuje badania, których celem jest opracowanie metod i konstrukcja generalnych systemów automatycznej analizy obrazów.

W systemach tych mają istnieć co najmniej trzy poziomy przetwarzania informacji [NIE 81, NEU 82], różniące się klasami abstrakcji danych i stosowanych metod:

1. niski poziom /ang. low-level vision/

Jest maszynowym odpowiednikiem procesów percepcji w organizmach żywych. Odwzorowuje dane sensoryczne w postać symboliczną.

Bogata i złożona problematyka tego poziomu zarysowana jest m.in. w [BRA 81].

2. rozpoznawanie obiektów /ang. object recognition/

Przetwarza wejściowy opis symboliczny i wiedzę daną w postaci modeli. Jego wynikiem jest lokalizacja przedmiotów w obrazie wejściowym.

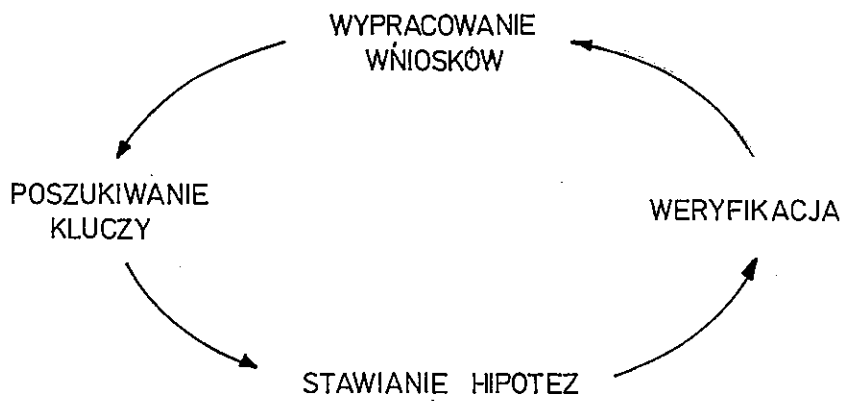
3. wysoki poziom /ang. high-level vision/

Operuje na wynikach poprzedniego poziomu i na wiedzy lingwistycznej. Interpretuje sekwencję obrazów w terminach języka naturalnego lub na zbliżonym abstrakcyjnie poziomie.

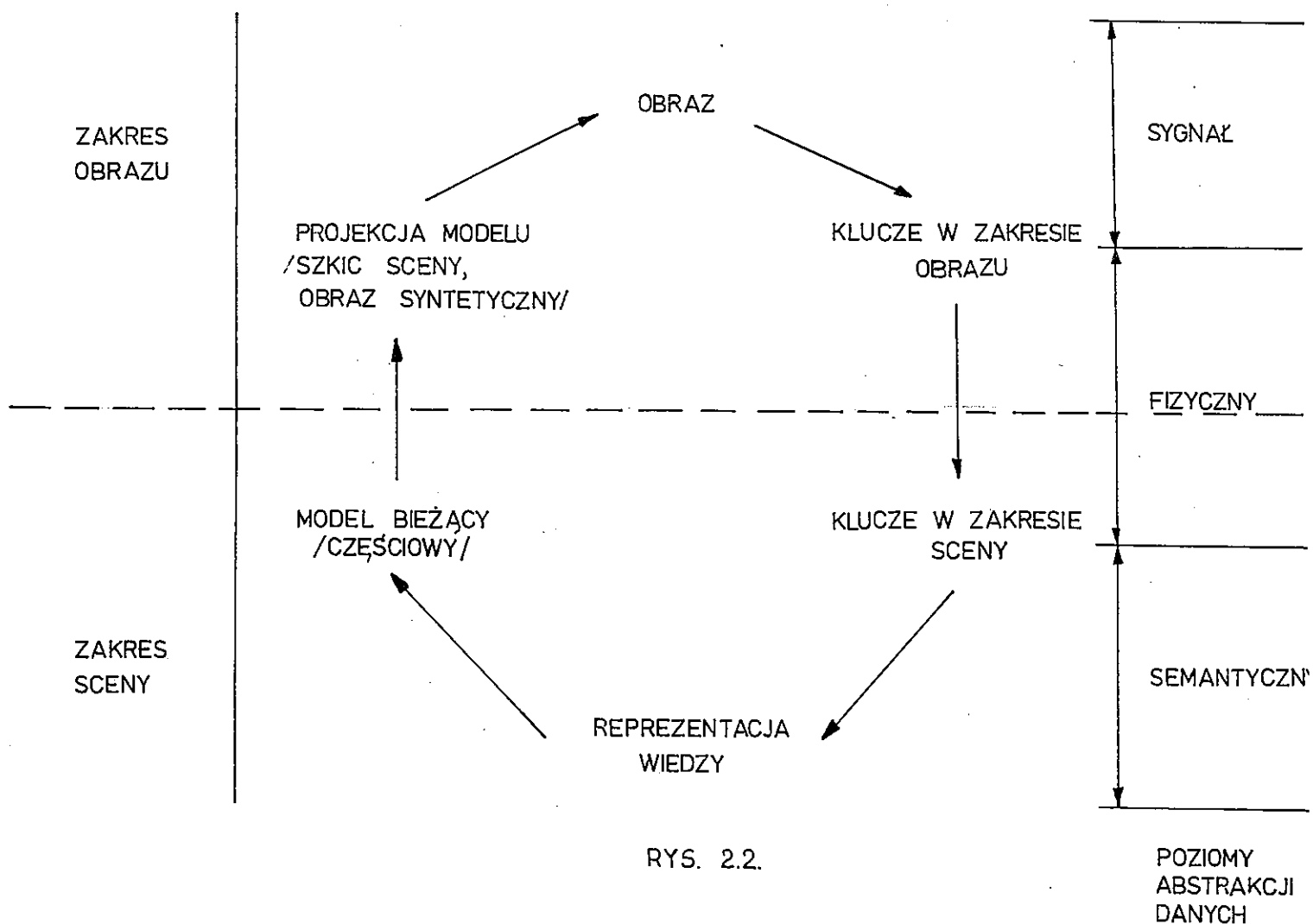
Za niezbędne elementy oprogramowania systemu uznaje się:

- reprezentację wiedzy - sposób przechowywania i zakres informacji o świecie podlegającym rozpoznawaniu. Wyróżnia się w niej część deklaratywną i proceduralną [HAN 78a,b, LEV 78, NAG 79]. Pierwsza reprezentuje informacje w postaci predykatów, funkcji, relacji nad prymitywami opisu obrazu. Druga podaje sposoby transformacji między klasami prymitywów, wpływ warunków odwzorowania sceny i oświetlenia. Część deklaratywna ma zwykle hierarchiczną budowę.
- strategię rozpoznawania - metody prowadzące do interpretacji obrazu.
- bazę danych - zwykle nieuporządkowany zbiór faktów dotyczących obrazu wejściowego i tworzone w trakcie rozpoznawania częściowe interpretacje.

Strategia rozpoznawania dotyczy cyklicznie wykonywanych procesów, zapewniających podczas rozpoznawania sprzężenie zwrotne między wysokim a niskim poziomem przetwarzania. Rys. 2.1 [MAC 78] ilustruje



RYS. 2.1.



RYS. 2.2.

cykl rozpoznawania złożony z czterech procesów : poszukiwanie cech kluczowych, tworzenie hipotez/modelu częściowego/, weryfikacja hipotez i wyprowadzenie wniosków.

Paradygmat systemów "computer vision" został podany przez Kanade [NAG 79, KAN 80] /rys. 2.2/. Wyróżniono w nim :

- trzy poziomy abstrakcji danych /sygnału, fizyczny, semantyczny/,
- dwa obszary przetwarzania /zakres obrazu- pojęcia 2-wymiarowe, zakres sceny- pojęcia 3-wymiarowe i abstrakcyjne/,
- procesy dokonujące transformacji danych między poziomami abstrakcji.

Klucze stanowią zbiór charakterystycznych cech obrazu wzgl. sceny. Reprezentacja wiedzy zawiera :

- prototypowe modele scen, pojedyncze obiekty 3-wymiarowe i wzajemne związki obiektów oraz dane o inwariantnych cechach prototypów,
- dane o systemie odwzorującym,
- dane o warunkach oświetlenia.

Interpretacja obrazu jest wynikiem opartego o klucze stawiania hipotezy/model bieżący/, jej weryfikacji i poprawiania. W modelu Kanade prawa strona odzwierciedla fazę generacji hipotez, a lewa weryfikacji.

O efektywności powyższego procesu decyduje "moc informacyjna" kluczy. Badania ludzkiej percepcji uzasadniają przypuszczenia, że w rozpoznawaniu zależności 3-wymiarowych zawartych w płaskim obrazie decydującą rolę mają gradienty tekstury, cienie na powierzchniach, ciągłość zewnętrznych powierzchni, wymiary obiektów podobnych, relacje wzajemnego położenia obiektów itd. Techniczne systemy wykorzystujące te czynniki w celu odzyskania informacji 3-wymiarowej nie są jeszcze dostatecznie efektywne.

Dlatego naszą uwagę poświęcamy odrębnym technikom maszynowym, dostarczającym obok płaskiego obrazu również informację o głębi położenia charakterystycznych elementów obrazu [YAK 78, JAR 83, DRE 81] Zastosowanie tych technik upraszcza przetwarzanie na dwóch niższych poziomach systemu "wizji komputerowej", stwarzając możliwość rozszerzenia modeli rozpoznawania obrazów na dziedzinę 3-wymiarową.

2.2 System rozpoznawania obiektów

Ograniczmy się do takiego systemu generalnego rozpoznawania obrazów, w którym urządzenie sensoryczne dostarcza quasi 3-wymiarowej informacji o obrazie. Przetwarzanie na poziomie rozpoznawania obiektów w tym systemie określam mianem systemu rozpoznawania obiektów /system RO/. Elementami systemu RO są: reprezentacja wiedzy i strategia rozpoznawania na poziomie przetwarzania obiektów.

2.2.1 Dane wejściowe systemu RO

Podczas przetwarzania niskiego poziomu następuje wytworzenie danych w postaci sygnału, poprawa jakości i zamiana z postaci numerycznej w symboliczną. Tworzy ją zbiór punktów charakterystycznych zebranych w macierze:

- poziomów jasności elementów obrazu

$$R = \{ p_k \mid p_k \in \langle 0, p_M \rangle \text{ dla } k=(k_1, k_2), k_i \text{ jest całkowite i } 0 \leq k_i \leq M, /i=1,2/$$

- głębi położenia elementów obrazu

$$D = \{ d_k \mid d_k \in \langle 0, d_M \rangle \text{ dla } k=(k_1, k_2), k_i \text{ jest całkowite i } 0 \leq k_i \leq M, /i=1,2/$$

Na ich podstawie techniki segmentacji dostarczają:

1. obszary jednorodne - zbiory spójne punktów obrazu o podobnych lokalnych własnościach /ang. region growing /,
2. linie konturowe - zbiór punktów tworzących obrys obszaru jednorodnego /ang. edge detection/,
3. punkty wierzchołkowe - charakterystyczne punkty linii konturowych.

Są to prymitywy lokalno-powierzchniowego opisu obrazu dostarczanego systemowi RO.

2.2.2 Reprezentacja wiedzy

Ograniczam rozważania nad reprezentacją obiektów 3-wymiarowych do dwóch schematów reprezentacyjnych znajdujących najczęstsze zastosowanie w systemach komputerowego wspomaganie projektanta /CAD/ /ang. computer aided design/ [VOE 82, ENC 83], a także mieszczących się w ramach standardu języka wymiany informacji między systemami CAD [ANS 81].

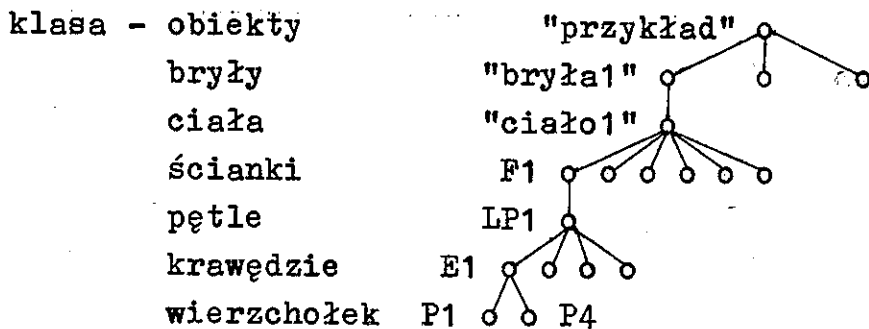
Reprezentacja brzegowa polega na przedstawianiu informacji o bryle w postaci skończonej liczby ścianek tworzących powierzchnię ją obejmującą. Istnieje szereg sposobów reprezentacji powierzchni, np.

płaty Coona, płaty bisześcienne, interpolacje Bezier'a, Hermita. Reprezentacja konstruktywna brył /ang. constructive solid geometry/ należy do klasy reprezentacji objętościowych. Podstawową ideą jej jest składanie brył z uporządkowanych zbiorów brył prostszych, stosując operacje "sumy" i "różnicy" objętości.

Reprezentacja wiedzy systemu RO zawiera w sobie reprezentację brył. Składają się na nią dwa schematy definicyjne. Jeden wyznacza topologię obiektu, czyli wzajemne relacje strukturalne prymitywów. Drugi podaje zależności geometryczne - fizyczne rozmiary i położenie w przestrzeni każdego prymitywu oraz wzajemne relacje położenia, a także atrybuty prymitywów, jak rodzaj tekstury, barwa. Topologia ma hierarchiczną budowę - wyróżniam następujące klasy topologiczne : wierzchołek, krawędź, pętla, ścianka, ciało, bryła, obiekt.

Przykład 2.1

Zbiór brył o nazwie "przykład" /rys. 2.3/ posiada reprezentację topologiczną w postaci drzewa, którego fragment wygląda następująco :



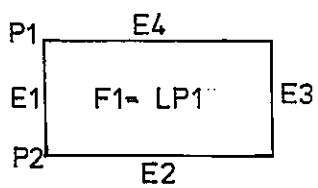
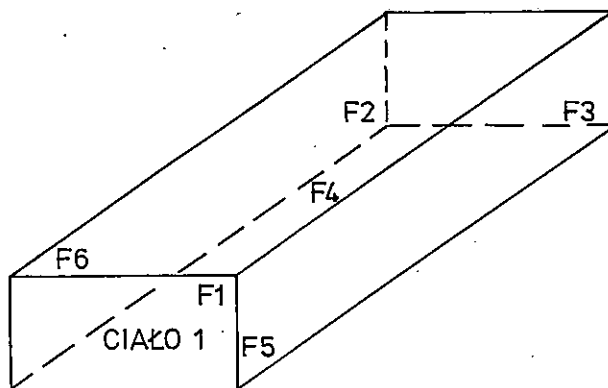
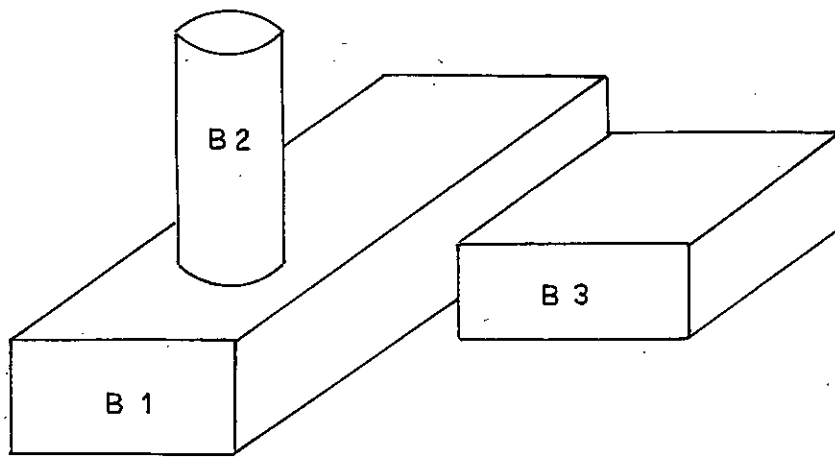
Geometryczne definicje prymitywów można otrzymywać na różne sposoby. Przykładowo wierzchołek jest przecięciem dwóch współpłaszczyznowych krawędzi lub trzech płaskich ścianek. Krawędź jest przecięciem dwóch ścianek lub połączeniem dwóch wierzchołków, zaś ścianka może być wyliczona z dwóch współpłaszczyznowych krawędzi lub trzech wierzchołków /rys. 2.4/.

2.2.3 Prymitywy wysokiego poziomu

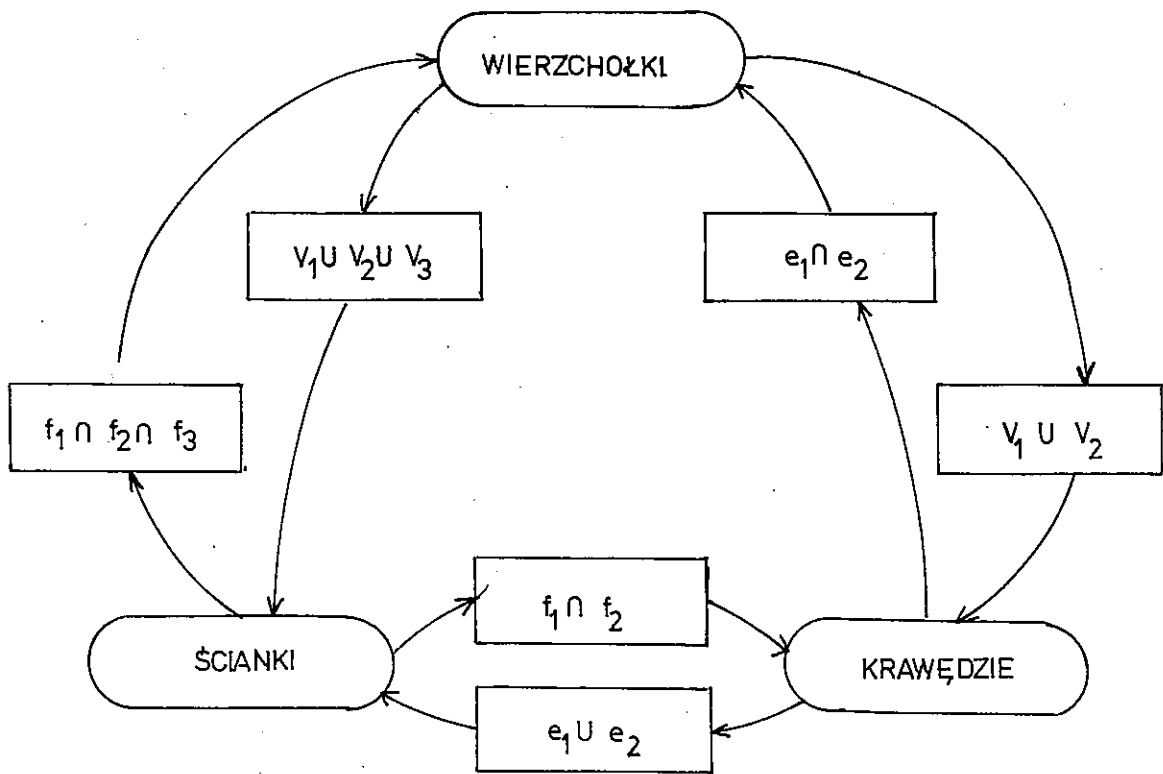
Zakładam, że wysoki poziom przetwarzania tworzą różne techniki sztucznej inteligencji obejmujące reprezentację wiedzy abstrakcyjnej wraz z właściwymi sposobami operowania na niej [BOL 82].

Najbardziej znane techniki reprezentacji wiedzy, to :

- sieć semantyczna, system produkcji, rachunek predykatów I-szego rzędu, rami Minsky'ego.



RYS. 2.3.



RYS. 2.4.

Ponadto zakładam, iż wiedza wysokiego poziomu przetwarzania zorganizowana jest w SCHEMATY, czyli prototypowe sytuacje rozpoznawaniego otoczenia. Zbiór obiektów tworzących najwyższą klasę topologiczną poziomu rozpoznawania obiektów reprezentuje materialne przedmioty występujące w schematach wysokiego poziomu. Obiekty są prymitywami reprezentacji wiedzy wysokiego poziomu.

Przykład 2.2

Sieć semantyczna składa się z łuków łączących dwa węzły pojęciowe, zaopatrzonych w wartość pewności.

Ogólna postać syntaktyczna :

((<etykieta łuku> <pojęcie1> <pojęcie2>) .wartość z)

Obiekty należą do klasy pojęć.

Wyróżnimy etykiety łuków :

- U - relacja zbioru do podzbioru

((U <pojęcie1> <pojęcie2>) .z)

- E - nazwa wymiaru

((E <obiekt> <wymiar>) .z)

- V - własność wymiaru

((V <wymiar> <własność>) .z)

- D - własność pojęcia

((D <pojęcie> <własność>) .z)

W wyniku interpretacji utworzona zostaje sieć odpowiedniości.

Składa się z egzemplarzy obiektów wraz z ich wartościami własności.

Występują łuki o etykietach :

- JEST - relacja egzemplarza do obiektu

((JEST <egzemplarz> <obiekt>) .z)

- REF - własności egzemplarza

((REF <egzemplarz> <własność>) .z)

Inne relacje mogą podawać współrzędne położenia czy warunki widoczności egzemplarza.

Przykładem schematu jest POKOJ MIESZKALNY /rys. 2.5/, podany wraz z pewną interpretacją.

2.2.4 Strategia rozpoznawania obiektów

Interpretacja danych wejściowych może być dokonana wieloznacznie. Nie wymagamy również, aby interpretacja objęła cały zbiór wejściowy. Rozpoznawanie obiektów stanowi bowiem etap analizy obrazu dokonywanej w systemie generalnego rozpoznawania. Podczas przetwarzania wysokiego poziomu następuje wybór właściwej interpretacji, jak również steruje się dochodzeniem do całościowej interpretacji.

Na strategię rozpoznawania obiektów składają się trzy odwzorowania :

T1 : DANE WEJŚCIOWE \rightarrow H (ob₁, ..., ob_k)

Odwzorowanie to nazywam generacją hipotez o obiektach. Dzięki wyróżnieniu cech kluczowych każdego obiektu stanowiących zbiór warunków koniecznych występowania obiektu w analizowanym obrazie, możemy postawić hipotezy istnienia egzemplarzy obiektów w zbiorze danych wejściowych.

T2 : H (ob₁, ..., ob_k) \rightarrow S (M₁, ..., M_l) ; M_i \subseteq 2^H , i=1, ..., l
Agregacja hipotez w rodzinę modeli częściowych. Każdy model zawiera egzemplarze obiektów należące do jednego schematu.

T3 : S (M₁, ..., M_l) \rightarrow M

Przeszukiwanie przestrzeni modeli częściowych w celu podania modelu najlepszego z uwagi na zadany system kryteriów oraz spełniającego warunki wystarczające interpretacji.

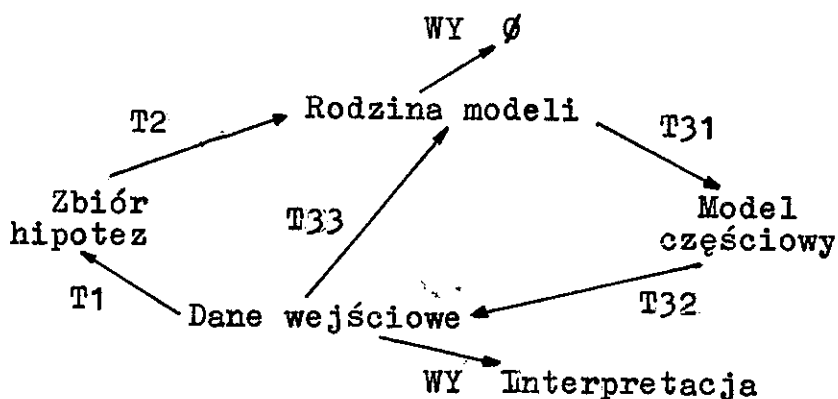
Odwzorowanie to jest cyklem trzech procesów :

T31 - wybór modelu częściowego,

T32 - weryfikacja modelu /sprawdzenie warunków wystarczających/,

T33 - rozbitcie niezgodnego modelu na modele potencjalnie zgodne.

Strategię rozpoznawania obiektów przedstawiam więc schematycznie następująco :



3. TEORIA LINGWISTYCZNEGO ROZPOZNAWANIA

Podaję zarys teorii wzorców dla 3-wymiarowych obiektów, stanowiącej rozszerzenie syntaktyczno-semantycznego /lingwistycznego/ podejścia do rozpoznawania obrazów. Pojęcie teorii wzorców zapożyczam od Grenandera [GRE 76, MCC 80].

3.1 Syntaktyczno-semantyczny sposób rozpoznawania obrazów

Strukturalne metody rozpoznawania obrazów wywodzą się głównie z teorii języków formalnych lub technik sztucznej inteligencji. Do pierwszej grupy zaliczymy najpierw sposób syntaktyczny. Polega na podaniu formalnej gramatyki dla pewnej klasy obrazów i decydowaniu o przynależności obrazu do danej klasy na podstawie wyniku analizy syntaktycznej. Wydobyte z obrazu prymitywy reprezentacji są symbolami terminalnymi gramatyki. Symbole gramatyki opisują lokalne własności obrazu, zaś reguły produkcji - globalną strukturę. Drzewo wyvodu w gramatyce przedstawia strukturalny opis obrazu. Początek stosowania tego sposobu rozpoznawania dały gramatyki operujące na łańcuchach znaków [KOW 79]. Dla gramatyk regularnych i bezkontekstowych znane są analizatory syntaktyczne. Opracowano też techniki rozbioru dla gramatyk bezkontekstowych z korekcją błędów i tzw. języków stochastycznych [FU 77].

Do opisu bardziej złożonych obrazów zaczęto stosować gramatyki o językach dwuwymiarowych :

- gramatyki drzewiaste i drzewiasto-grafowe [SAN 83], dla których opracowano algorytmy rozbioru,
- gramatyki grafowe [ROS 75, NAL 79], stosowane jako narzędzie generacji wzgl. modelowania zmian grafów.

Gramatyki grafowe są obecnie samodzielnie rozwijającym się kierunkiem badań, wykorzystywanym w wielu dziedzinach informatyki [EHR 83]. Naturalnym rozszerzeniem są hipergrafy i operujące na nich gramatyki strukturalne [EHR 78, SLU 80].

Wprowadzono również gramatyki z korekcją błędów [TSA 79].

Sposoby oparte na gramatykach dwuwymiarowych nazywane są też relacyjnymi [KUL 79], gdyż z klasyczną teorią języków niewiele mają wspólnego.

Drugą obok relacyjnych sposobów możliwością zwiększenia mocy opisowej jest sposób syntaktyczno-semantyczny /lingwistyczny/ [THO 82, FU 82a,b]. Definiuje się w nim zarówno składnię, jak i semantykę języka opisu obrazu. Rozpoznawanie polega na określeniu syntaktycz-

nej i semantycznej poprawności wyrażenia języka stanowiącego opis badanego obrazu. Najczęściej prymitywom reprezentacji odpowiadają pary: (symbol , {atrybuty symbolu}). Atrybutami mogą być wartości numeryczne, wektorowe, logiczne itp. Do operowania takimi prymitywami stosuje się atrybutowaną gramatykę bezkontekstową [KNU 68]. Zalety lingwistycznego sposobu w porównaniu z syntaktycznym są następujące :

- podanie explicite cech symboli w postaci atrybutów redukuje liczbę symboli i produkcji gramatyki potrzebnych do opisu obrazu,
- zastosowanie atrybutów redukuje złożoność analizy syntaktycznej [PYS 78].

Obrazowo mówiąc, jeśli symbole terminalne gramatyki odpowiadają "drobnym" prymitywom, to często dla opisu lokalnych własności zmuszeni jesteśmy użyć produkcji kontekstowych. Atrybuty umożliwiają opis lokalnych własności, redukując produkcje do bezkontekstowych.

Przykład 3.1.1

Atrybutowana gramatyka dla opisu konturów 2-wymiarowych [YOU 79]. Zamknięty kontur reprezentowany jest w postaci ciągu krzywych i kątów między krzywymi. Z segmentem krzywej $p = \widehat{X_1 X_2}$ związane są atrybuty : $D(p) = (\vec{C}, L, A, S)$, gdzie \vec{C} - wektor od X_1 do X_2 , L - długość krzywej, A - kąt zmiany kierunku /kąt między stycznymi do krzywej w punktach X_1 i X_2 /, S - miara symetrii.

Z prymitywem -"kąt" związana jest amplituda kątowa stycznych we wspólnym punkcie sąsiednich segmentów krzywej.

Z każdą produkcją związany jest zbiór funkcji nad atrybutami. Funkcje te są zwykłymi sumami atrybutów.

Algorytm analizy syntaktyczno-semantycznej dopuszcza wieloznaczną segmentację konturu.

Powyższą gramatykę [YOU 79] zaliczam do jednej klasy rozwiązań z modelem Sobolewskiego [SOB 77] i wielowartościową logiką Michalskiego [MIC 72]. Algebraicznym wyznacznikiem tej klasy jest teoria algebr początkowych [GOG 77,78]. Następujące definicje podają podstawy tej teorii :

Definicja 3.1.2

Wielorodzajową dziedziną operatorową nazywamy parę $\mathcal{T} = \langle S, (\Sigma_{ws})_{s \in S}^{weS^2}$ złożoną ze skończonego zbioru rodzajów S i skończonego zbioru operatorów nad S .

Σ -algebra $A = \langle (A_s)_{s \in S}, (\sigma_A)_{(w,s) \in S^* \times S} \rangle$ składa się ze zbiorów nośników A_s dla $s \in S$, i operacji $\sigma_A: A_{s_1} \times \dots \times A_{s_n} \rightarrow A_s$ dla $\sigma \in \Sigma_{w,s}$ i $w = s_1 \dots s_n$.

$\Sigma_{\lambda,s}$ jest zbiorem stałych o rodzaju s .

Niech A, B będą Σ -algebrami. Σ -homomorfizm $h: A \rightarrow B$ jest to rodzina funkcji $\langle h_s: A_s \rightarrow B_s \rangle_{s \in S}$ zachowujących operacje.

Σ -algebry tworzą klasę obiektów, zaś Σ -homomorfizmy są morfizmami kategorii Σ -algebr \mathcal{C} .

Analogicznie do jednorodziejowej algebry można skonstruować Σ -algebrę termów T_Σ . Można pokazać [GOG 78, str.140], że T_Σ jest algebrą początkową w kategorii \mathcal{C} .

Niech X_s będzie zbiorem zmiennych o rodzaju s , takim że $X_s \neq X_{s'}$ dla $s \neq s'$. Dla każdej rodziny $Y = (Y_s)_{s \in S}$ i $Y_s \subseteq X_s$, definiujemy $\Sigma(Y)_{\lambda,s} = \Sigma_{\lambda,s} \cup Y_s$ i $\Sigma(Y)_{w,s} = \Sigma_{w,s}$ dla $s \in S, w \neq \lambda, w \in S^*$. Oczywiście $T_{\Sigma(Y)}$ jest $\Sigma(Y)$ -algebrą. Jeśli jednak rozszerzymy zbiór stałych o symbole zmiennych, to możemy ją uważać za Σ -algebrę i oznaczamy $T_\Sigma(Y)$ /algebra termów ze zmiennymi/.

Definicja 3.1.3

Dla Σ -algebry A i S -indeksowanej rodziny $Y \subseteq X$, funkcję $\Theta: Y \rightarrow A$ tzn. $\langle \Theta_s: Y_s \rightarrow A_s \rangle$, nazywamy wartościowaniem lub podstawieniem w A za zmienne w Y .

Twierdzenie 3.1.4 [GOG 78, str.142]

Niech A będzie Σ -algebrą, $\Theta: Y \rightarrow A$ - podstawieniem.

Istnieje unikalny Σ -homomorfizm $\bar{\Theta}: T_\Sigma(Y) \rightarrow A$, który rozszerza Θ tak, że $\bar{\Theta}_s(x) = \Theta_s(x)$ dla $s \in S, x \in Y_s$, nazywany Θ -interpretacją.

W teorii algebr początkowych zakłada się, że abstrakcyjna syntaktyka języka stanowi algebrę początkową izomorficzną z T_Σ w kategorii \mathcal{C} , zaś każda inna algebra $A \in \mathcal{C}$ jest potencjalną semantyką języka. Funkcją semantyczną jest unikalnie określony homomorfizm $h_A: T_\Sigma \rightarrow A$, który łączy z każdą konstrukcją syntaktyczną $t \in T_\Sigma$ znaczenie $h_A(t)$ w A .

Wyrazimy teraz atrybutowaną gramatykę o syntezowanych rodzajach w terminach teorii algebr początkowych.

Niech $G = (V_N, V_T, s_0, P)$ będzie bezkontekstową gramatyką, gdzie V_N -alfabet niekończący, V_T -alfabet końcowy, s_0 -symbol startowy, P -zbiór produkcji.

Każdą produkcję $p \in P$ postaci

$a_0 \rightarrow u_0 a_1 \dots u_{n-1} a_n u_n$, $a_i \in V_N$, $u_i \in V_T^*$ / $i=0, \dots, n$ /; interpretujemy jako operator $p \in G_{a_1 \dots a_n, a_0}$.

G-algebra początkowa T_G posiada nośniki $T_{G,a}$ będące drzewami rozbioru w G o korzeniach $a \in V_N$.

Każda G-algebra złożona ze zbiorów S_a dla $a \in V_N$ i funkcji $p_S: S_{a_1} \times \dots \times S_{a_n} \rightarrow S_a$ dla $p \in P$ o typie $G_{a_1 \dots a_n, a}$ jest semantyką języka generowanego przez G.

W praktyce każdy nośnik S_a jest kartezjańskim produktem $B_{d_1} \times \dots \times B_{d_m}$ zbiorów będących dziedzinami syntezowanych atrybutów symbolu $\langle a \rangle - d_1, \dots, d_m$, a każda funkcja p_S jest zbiorem funkcji $p_S = \bigcup_{d \in \text{Atr}} F_d$, $F_d: B_{d_1} \times \dots \times B_{d_m} \rightarrow E$, gdzie B_{d_i} jest dziedziną atrybutu d_i , / $i=1, \dots, m$ / oraz $E \subseteq B_d$.

Praktyczne zastosowanie powyższej klasy sposobów ograniczone jest do sytuacji, w których łatwo dokonać odwzorowania obrazu w wyrażeniu języka. Zwykle jednak obraz odwzorowywany jest w nieuporządkowany zbiór prymitywów. Dlatego zadaniem "maszyny kreacji" [TAN 79] jest poszukiwanie w zbiorze prymitywów słów będących poprawnymi syntaktycznie i semantycznie wyrażeniami atrybutowanej gramatyki. Poszukiwaniem steruje tzw. własność selekcyjna słowa, określana przez algorytm operujący na wartościach atrybutów. Zbliżoną gramatykę wykorzystują Davis i in. [DAV 78, 81]. Inna jest metoda poszukiwania. Generuje się wszystkie możliwe dla danego zbioru wejściowego drzewa rozbioru z wyliczeniem semantyki, biorąc pod uwagę więzy semantyczne reprezentowane w produkcjach gramatyki.

Przykład 3.1.5

Symbole gramatyki [DAV 81] składają się z trzech części :

$\langle \text{nazwa} \rangle$, $\langle \text{połączenia} \rangle$, $\langle \text{semantyka} \rangle$, $\langle \text{gdzie} \rangle$

$\langle \text{nazwa} \rangle$ określa klasę symbolu, $\langle \text{połączenia} \rangle$ - zbiór punktów zetknięcia symbolu z innymi symbolami, $\langle \text{semantyka} \rangle$ - zbiór atrybutów symbolu.

Produkcje gramatyki są postaci : $(v \rightarrow v_1 \dots v_n, A, C, G_a, G_s)$, gdzie $v \rightarrow v_1 \dots v_n$ jest bezkontekstową produkcją,

A - podaje warunki połączeń symboli $v_1 \dots v_n$, C - więzy semantyczne, G_a i G_s - reguły wyliczeń połączeń wzgl. atrybutów.

Analiza syntaktyczna odbywa się z dołu na górę jednocześnie z analizą semantyczną. Polega na tworzeniu symboli wyższych poziomów na podstawie łańcucha symboli prawej strony produkcji z jednoczes-

nym wyliczeniem <połączeń> i <semantyki> symboli, jeśli tylko spełnione są więzy A, C zastosowanej produkcji.

Algebraicznym opisem klasy gramatyk z kontekstem semantycznym są konstrukcje teorii equoidów [KAP 77, REI 80]. Podajemy jej elementarne pojęcia, do których odwołam się w rozdziale 4.

Definicja 3.1.6

Σ -algebra $A = \langle (A_s)_{s \in S}, (\sigma_A)_{w, s} \rangle$ jest częściowa, jeśli Σ_A są funkcjami częściowymi dla $\sigma \in \Sigma$.

Parę termów $(l=r)_s$ nad ciągiem rodzajów $w \in S^*$ o typie $s \in S$, nazywamy równaniem nad "w" w \mathcal{T} , a zbiór $g = \{(l_i=r_i)\}_{i \in \eta} \in \mathcal{N}$ -systemem równań nad "w" w \mathcal{T} . Zbiór wszystkich systemów równań w \mathcal{T} oznaczamy $W(\mathcal{T})$.

Uporządkowaną parę (g_1, g_2) systemów równań w \mathcal{T} nazywamy implikacją.

Niech A będzie Σ -algebrą częściową, a $\theta: Y \dashrightarrow A$ - wartościowaniem. Interpretacją termu $t \in \mathcal{T}_\Sigma(Y)_s$ jest wartość $\theta_s(t) \in A_s$ albo nie jest ona określona.

Mówimy, że wartościowanie θ spełnia równanie $l=r$, gdy $\theta(l) = \theta(r)$ lub obie interpretacje są jednocześnie nieokreślone.

Implikacja nad Y zachodzi w Σ -algebrze A, jeśli każde wartościowanie $\theta: Y \dashrightarrow A$ spełniające równania poprzednika spełnia równania następnika implikacji.

Definicja 3.1.7

Równaniowo-częściową dziedziną operatorową jest $\Omega = \langle S, \Sigma, \Delta \rangle$, gdzie S, Σ - jak dla \mathcal{T} , $\Delta: \Sigma \dashrightarrow W(\mathcal{T})$, tj. $\Delta(\sigma)$ jest systemem równań nad "w" dla $\sigma_{w, s} \in \Sigma$.

Definicja 3.1.8

Ω -interpretacja jest częściową θ -interpretacją taką, że $\sigma_A(\theta)$ jest zdefiniowane dla $\sigma_{w, s} \in \Sigma$ / $w=s_1 \dots s_n$ / i wartościowania $\theta \in \text{Dom } \sigma_A \subset A_{s_1} \times \dots \times A_{s_n} \iff$ gdy $\theta \in \text{Dom } \Delta(\sigma_{w, s})$ tzn. dla każdego równania $(l=r) \in \Delta(\sigma_{w, s})$ $\theta(l)$ i $\theta(r)$ są określone i równe

Definicja 3.1.9

Teorią equoidów jest para $\mathcal{T}_\Delta = \langle \Omega, \mathcal{A} \rangle$ złożona z równaniowo-częściowej dziedziny operatorowej Ω i zbioru aksjomów \mathcal{A} w postaci implikacji.

Można pokazać, że dla teorii \mathcal{T}_Δ istnieją równaniowo-częściowe algebry tzw. equoidy i algebry względnie wolne w kategorii \mathcal{T}_Δ -algebr

[KAP 77]. Oznacza to, że w teorii T_1 możemy wyróżnić pewne części podlegające względnie wolnej interpretacji tj. interpretacji zgodnej z podejściem w algebrach początkowych. Określmy w tym celu pojęcie rozszerzenia teorii.

Mówimy, że teoria T_2 jest rozszerzeniem T_1 ($T_1 \subseteq T_2$), gdy każdy rodzaj i każdy operator z T_1 jest również w T_2 , oraz każdy aksjom T_1 jest spełniony w T_2 .

Niech A będzie T_2 -algebrą. Możemy otrzymać z A T_1 -algebrę $A \downarrow T_1$ przez pominięcie wszystkich nośników A_s i operacji σ_A dla s, σ nie należących do T_1 . T_1 -algebrę $A \downarrow T_1$ nazywamy T_1 -częścią A ze względu na rozszerzenie teorii $T_1 \subseteq T_2$.

Definicja 3.1.10

Mówimy, że T_2 -algebra F jest generowana wolnie przez T_1 -algebrę B , jeśli istnieje T_1 -homomorfizm $j : B \rightarrow F \downarrow T_1$ i dla każdej T_2 -algebry M i każdego T_1 -homomorfizmu $f : B \rightarrow M \downarrow T_1$ istnieje unikalny T_2 -homomorfizm $\bar{f} : F \rightarrow M$, takie że $j \cdot (\bar{f} \downarrow T_1) = f$, gdzie $\bar{f} \downarrow T_1 : F \downarrow T_1 \rightarrow M \downarrow T_1$ oznacza T_1 -część T_2 -homomorfizmu z uwagi na rozszerzenie teorii $T_1 \subseteq T_2$.

$$\begin{array}{ccc}
 B & \xrightarrow{j} & F \downarrow T_1 & & T \\
 & \searrow f & \downarrow \bar{f} \downarrow T_1 & & \downarrow \bar{f} \\
 & & M \downarrow T_1 & & M
 \end{array}$$

F generowana wolnie przez B stanowi najmniejsze dopełnienie B do T_2 -algebry.

Definicja 3.1.11

Uporzędkowana para podteorii $R \triangleleft S$, $R \subseteq S \subseteq T$, nazywana jest restrykcją początkową w T . T -algebra M spełnia restrykcję początkową $R \triangleleft S$ jeśli jej S -część $M \downarrow S$ jest wolnym S -rozszerzeniem R -części $M \downarrow R$ T -algebry M .

Drzewa wyvodu w atrybutowanej gramatyce z kontekstem semantycznym odpowiadają konstrukcjom w T -algebrze termów. Mogą w niej występować restrykcje początkowe, co oznacza, że dla pewnych rozszerzeń konstrukcji istnieją unikalne funkcje semantyczne.

Z punktu widzenia systemu RO przedstawiona klasa gramatyk nie umożliwia modelowania przynajmniej dwóch zagadnień: rozpoznawania przebiegającego w dwóch kierunkach z dołu-na górę i z góry-na dół jednocześnie oraz zmienności zależności geometrycznych między symbolami należącymi do jednej klasy topologicznej, zachodzącej przy zmianie tej klasy:

Większą mocą opisu od przedstawionych dotychczas dysponują atrybutowane gramatyki dwuwymiarowe. Pojawiły się już propozycje wykorzystania takich narzędzi dla potrzeb rozpoznawania obrazów - gramatyk drzewiasto-grafowych [SHI 83] i grafowych [TSA 80, BUN 8]. Model przedstawiany w niniejszej pracy rozwija powyższe podejście. Jednocześnie odwołuje się do technik sztucznej inteligencji w dwóch sytuacjach. Stosuje metodę przeszukiwania przestrzeni stanów dla rozwiązania zadania o dużej złożoności obliczeniowej oraz wyraża semantykę w języku logiki.

3.2 Równoległa gramatyka strukturalna

Podstawowymi elementami teorii wzorców dla 3-wymiarowych obiektów będą struktury relacyjne.

Definicja 3.2.1

Niech będą dane dowolne przeliczalne zbiory O_A , O_E . Nazywamy je odpowiednio zbiorami oznaczeń atomów i oznaczeń ciągów atomów. Dowolny związek n różnych oznaczeń atomów nazywamy oznaczeniem n -łuku i piszemy $o(o_1, \dots, o_n)$, gdzie $o \in O_E$; $o_1, \dots, o_n \in O_A$.

Definicja 3.2.2

Uporządkowaną trójkę $\mathcal{G}_N = (\mathcal{G}_E, \mathcal{G}_A, Q)$, w której

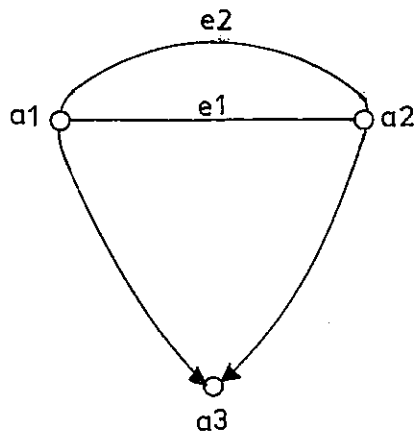
$\mathcal{G}_E = \bigcup_{n=1}^N \mathcal{G}_{e_n}$ - zbiór oznaczeń ciągów atomów o długości od 1 do N ,

$\mathcal{G}_A = \bigcup_{n=1}^N \mathcal{G}_{a_n}$ - zbiór oznaczeń atomów,

$Q = \{q_n \mid n=1, \dots, N \mid q_n: \mathcal{G}_e \rightarrow \mathcal{G}_A^n\}$ - rodzina odwzorowań zupełnych, nazywamy strukturą relacyjną stopnia N /krótko: N -strukturą/.

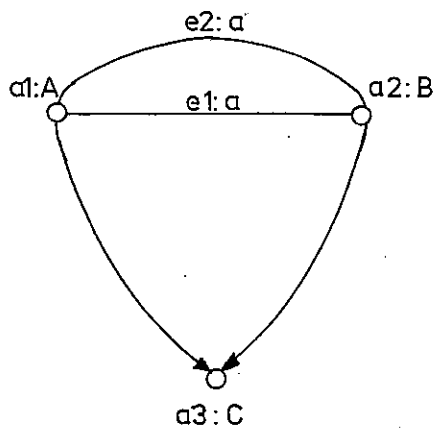
Q możemy też uważać za rodzinę odwzorowań (q_n^j) , $n=1, \dots, N$ $j=1, \dots, n$; $q_n^j: \mathcal{G}_{e_n} \rightarrow \mathcal{G}_a$ dających oznaczenia j -tych atomów występujące w oznaczeniach n -łuków.

Przykładowa struktura relacyjna stopnia 3 podana jest na rys. 3.1. w postaci hipergrafu o węzłach oznaczonych ze zbioru \mathcal{G}_A i hiperkrawędzi skierowanych oznaczonych ze zbioru \mathcal{G}_E .



$G_3 \in N$ STR

RYS. 3.1.



$(G_3, m_3) \in VN$ STR

RYS. 3.2.

Definicja 3.2.3

Niech $\mathcal{G}_N = (\mathcal{G}_E, \mathcal{G}_A, Q_G)$ i $\mathcal{h}_N = (\mathcal{h}_E, \mathcal{h}_A, Q_H)$ będą N-strukturami. Morfizmem N-struktur $f : \mathcal{G}_N \dashrightarrow \mathcal{h}_N$ nazywamy parę odwzorowań $f = (f_E, f_A)$ określoną następująco :

$$f_E : \mathcal{G}_E \dashrightarrow \mathcal{h}_E, \quad f_E = \bigcup_{i=1}^N f_{ei}, \quad f_A : \mathcal{G}_A \dashrightarrow \mathcal{h}_A, \quad f_A = \bigcup_{i=1}^N f_{ai},$$

gdzie diagram

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{G}_E & \xrightarrow{S_G} & \mathcal{G}_A \\ \downarrow f_E & & \downarrow f_A \\ \mathcal{h}_E & \xrightarrow{S_H} & \mathcal{h}_A \end{array}$$

zachodzi dla każdego $S = (q_n^j)$, $n=1, \dots, N$ $j=1, \dots, n$; w tym znaczeniu, że $S_H(f_E(e))$ jest określone \Leftrightarrow gdy $S_G(e)$ jest określone.

Łatwo sprawdzić, że N-strukтуры wraz z morfizmami N-struktur tworzą kategorię, którą oznaczamy przez NSTR.

Jeśli \mathcal{ZB}^2 jest kategorią wszystkich par zbiorów ze wszystkimi parami odwzorowań, to funktor zapominania $U_N : NSTR \dashrightarrow \mathcal{ZB}^2$ dany jest następująco :

$$U_N \mathcal{G}_N = (\mathcal{G}_E, \mathcal{G}_A) \quad \text{dla} \quad \mathcal{G}_N = (\mathcal{G}_E, \mathcal{G}_A, Q),$$

$$U_N f = (f_E, f_A) \quad \text{dla} \quad f : \mathcal{G}_N \dashrightarrow \mathcal{G}'_N.$$

Definicja 3.2.4

Niech $W = (V_E, V_A) \in \mathcal{ZB}^2$ będzie alfabetem, \mathcal{G}_N - będzie N-strukturą zaś $M_V = (m_E, m_A)$ - parą odwzorowań etykietujących $m_E : \mathcal{G}_E \dashrightarrow V_E$, $m_A : \mathcal{G}_A \dashrightarrow V_A$.

Wtedy (\mathcal{G}_N, M_V) nazywamy WN-strukturą.

Definicja 3.2.5

Niech (\mathcal{G}_N, M_V) i (\mathcal{G}'_N, M'_V) będą WN-strukturami.

Morfizm N-struktur $f : \mathcal{G}_N \dashrightarrow \mathcal{G}'_N$ jest WN-morfizmem, jeśli zachodzi równość $M'_V U_N f = M_V$, taka, że spełnione są diagramy :

$$\begin{array}{ccc} \text{dom}(m_E) & \xrightarrow{m_E} & V_E \\ \downarrow f_E & & \uparrow m'_E \\ \mathcal{G}_N & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \text{dom}(m_A) & \xrightarrow{m_A} & V_A \\ \downarrow f_A & & \uparrow m'_A \\ \mathcal{G}_N & & \end{array}$$

Można sprawdzić, że WN-strukтуры wraz z WN-morfizmami tworzą kategorię. Oznaczamy ją przez WNSTR.

Graficzną postacią VN-struktury jest etykietowany hipergraf /np. rys. 3.2/. W dalszym ciągu pod pojęciem atom rozumiem parę uporządkowaną oznaczenie atomu : etykieta tj. np. $o:m_A(o)$, a pod pojęciem n-łuk uporządkowaną parę oznaczenie ciągu atomów: etykieta tj. gdy $o:m_E(o) (o_1:m_A(o_1), o_2:m_A(o_2), \dots, o_n:m_A(o_n))$ dla $Q(o)=(o_1 o_2 \dots o_n)$ piszemy krótko $o:m_E(o)$.

Definicja 3.2.6

Niech (g_N, M_V) i (h_N, M'_V) będą VN-strukturami. VN-morfizm $f : g_N \rightarrow h_N$ jest VN-izomorfizmem, jeśli jednocześnie f_E i f_A są suriekcjami i biekcjami.

VN-izomorfizm jest relacją równoważności w zbiorze VN-struktur. Do jednej klasy równoważności należą VN-struktury, które za pomocą różnych oznaczeń atomów i n-łuków reprezentują "te same" własności. Klasa równoważności VN-struktur przedstawiana jest graficznie jako hipergraf bez oznaczeń węzłów i hiperłuków a jedynie z zaznaczeniem etykiet.

Automorfizmem nazywamy VN-izomorfizm $f : g_N \rightarrow g_N$.

Tworzą go dwie powiązane ze sobą permutacje oznaczeń atomów f_A i oznaczeń n-łuków f_E .

Równoległa gramatyka strukturalna, którą określimy za Ehrigem, Kreowskim [EHR 76] stanowić będzie zasadę konstruowania poprawnych wzorców ze struktur relacyjnych.

Definicja 3.2.7

Stopniem VN-struktur B_1, B_2 nazywamy produkt włóknisty kontrawariantny /PWC/ morfizmów

$$B_1 \xleftarrow{f_1} K \xrightarrow{f_2} B_2$$

w kategorii VNSTR.

Definicja 3.2.8

Gwiazda VN-struktur

$$S = (B_i \xleftarrow{k_{ij}} K_{ij} \xrightarrow{k_{ji}} B_j) / 1 \leq i < j \leq n, n \in \mathcal{N}$$

składa się ze struktur B_1, \dots, B_n, K_{ij} i morfizmów VN-struktur k_{ij}, k_{ji} .

Stopniem gwiazdy S jest VN-struktura G wraz z morfizmami VN-struktur $u_i : B_i \rightarrow G / i=1, \dots, n /$, takimi, że

a. $u_i \cdot k_{ij} = u_j \cdot k_{ji} / i < j /$,

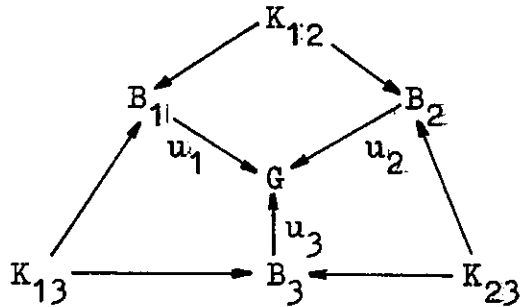
b. dla wszystkich VN-struktur G' i morfizmów VN-struktur

$f_i: B_i \rightarrow G'$ spełniających $f_i \cdot k_{ij} = f_j \cdot k_{ji}$ istnieje unikalny WN-morfizm $f: G \rightarrow G'$ taki, że $f \cdot u_i = f_i$ dla $i=1, \dots, n$.

Innymi słowy -

stopieniem gwiazdy S jest kogranica [SEM 78, str.110] diagramu S .

Przykładowa gwiazda dla $n=3$:



Z tego, że kogranice są jednoznaczne z dokładnością do izomorfizmu wynika, iż stopienie gwiazdy S jest jednoznaczne z dokładnością do WN-izomorfizmu.

Definicja 3.2.9

Równoległa gramatyka strukturalna /RGS/to uporządkowana trójka (W, C, Π) , gdzie :

$W = (V_E, V_A)$ - skończony alfabet etykiet z wyróżnionym podzbiorem V_T etykiet terminalnych,

C - skończona rodzina WN-struktur początkowych,

$\Pi = \{ (B \xleftarrow{P} K, K \xrightarrow{P'} B'); B, B' \in \text{WNSTR}_0 ; K, K' \in \text{NSTR}_0 \}$ - skończony zbiór reguł produkcji .

Bezpośrednim wyprowadzeniem " \Rightarrow " jest przejście od WN-struktury będącej z dokładnością do WN-izomorfizmu stopieniem pewnej gwiazdy S *

$$S = (B_i \xleftarrow{k_{ij}} K_{ij} \xrightarrow{k_{ji}} B_j) , / 1 \leq i < j \leq n / , n \in \mathcal{N}$$

złożonej z lewych stron reguł produkcji, takich że dla każdej pary (i, j) $i < j$ $K_{ij} = \emptyset$ lub istnieją reguły produkcji

$P_1 = (B_i \xleftarrow{p} K, K \xrightarrow{p'} B_i)$, $P_2 = (B_j \xleftarrow{q} K, K \xrightarrow{q'} B_j)$ ze zbioru

o tych samych strukturach stopień K, K' i zachodzi $K_{ij} = K$, $k_{ij} = p$, $k_{ji} = q$;

do WN-struktury będącej z dokładnością do izomorfizmu stopie-

niem pewnej gwiazdy S' odpowiadającej S :

$$S' = (B_i \xleftarrow{k_{ij}} K_{ij} \xrightarrow{k_{ji}} B_j), /1 \leq i < j \leq n/, n \in \mathcal{N}$$

złożonej z prawych stron odpowiednich reguł produkcji.

Sentencjami języka $L(RGS)$ są WN-struktury końcowe :

$$L(RGS) = \{ G \in W_T NSTR_0 \mid C \in \mathcal{C}, C = \underline{\underline{X}} \rangle G \} \quad , \text{gdzie } \underline{\underline{X}} \rangle \text{ jest zwrotnym i przechodnim domknięciem algebraicznym } \Rightarrow \text{ .}$$

W celu bezpośredniego wyprowadzenia WN-struktury G' z G , należy najpierw wybrać rodzinę morfizmów $(u_i: B_i \dashrightarrow G), /i=1, \dots, n/$; "pokrywającą" WN-strukturę G , taką, że B_i są lewymi stronami produkcji. Problem stanowi znalezienie odpowiednich K_{ij}, k_{ij}, k_{ji} gwiazdy $S = (B_i \xleftarrow{k_{ij}} K_{ij} \xrightarrow{k_{ji}} B_j), /1 \leq i < j \leq n/$ takiej, że G jest stopieniem S . Wtedy G' jest stopieniem odpowiedniej gwiazdy S' .

W praktyce wszystkie morfizmy u_i są iniekcjami.

Twierdzenie 3.2.10

Niech $(u_i: B_i \dashrightarrow G), /i=1, \dots, n/$ będzie iniekcyjnym pokryciem G , zaś $S = (B_i \xleftarrow{k_{ij}} K_{ij} \xrightarrow{k_{ji}} B_j), /1 \leq i < j \leq n/$ - rodziną przecięć dla $(B_i \xrightarrow{u_i} G \xleftarrow{u_j} B_j), /1 \leq i < j \leq n/$. Wtedy G wraz z WN-morfizmami $(u_i: B_i \dashrightarrow G), /i=1, \dots, n/$ jest stopieniem gwiazdy S .

Dowód w [EHR 76, str.436].

Tak więc, rodzina WN-struktur B_1, \dots, B_n pokrywających G przy $B_i \wedge B_j = K_{ij}$ odpowiada rodzinie WN-struktur B'_1, \dots, B'_n pokrywających G' przy $B'_i \wedge B'_j = K'_{ij}$, poprzez zastosowane w bezpośrednim wyprowadzeniu $G \Rightarrow G'$ produkcje $P_{ij} = (B_i \dashrightarrow K_{ij}, K'_{ij} \dashrightarrow B'_j), /1 \leq i \neq j \leq n/$; gdzie $K_{ij} = K_{ji}, K'_{ij} = K'_{ji}$. Rys. 3.3 ilustruje zależności dla $n=3$.

Stopienie dwóch przykładowych struktur /rys. 3.4/ B_1, B_2 przebiega następująco:

1. Określamy wszystkie pary $(k_1, k_2) \in B_1 \times_A B_2$ atomów i $(e_1, e_2) \in B_1 \times_E B_2$ podlegających stopieniu. Określone one są przez pomocniczą N-strukturę K i N-morfizmy $f_1: K \dashrightarrow B_1, f_2: K \dashrightarrow B_2$, tzn. dla każdej pary stapianych elementów (o_1, o_2) istnieje element "o" w K i zachodzi $f_i(o) = o_i, \text{ dla } i=1, 2$.

2. Biorąc rozłączną sumę $B_1 \dot{\cup} B_2$ o elementach wspólnych B_1, B_2 określonych w pkt.1 otrzymujemy stopienie : WN-strukturę G wraz z iniekcijnymi WN-morfizmami $g_1: B_1 \rightarrow G$, $g_2: B_2 \rightarrow G$.

Zajmiemy się obecnie wyprowadzeniami gramatyk klasy RGS.

Definicja 3.2.11 /Zasada regularności/

Niech \mathcal{R} będzie skończonym zbiorem gramatyk klasy RGS.

Konfiguracja regularna ze względu na \mathcal{R} nazywamy każdy ciąg WN-struktur $\xi = G_1, \dots, G_k$ taki, że istnieje gramatyka (V, C, Π) i zachodzi: $G_1 \in C$; $G_i \Rightarrow G_{i+1}$ dla $i=1, \dots, k-1$; $G_k \in V_{\mathbb{T}}\text{NSTR}_0$; k - dowolne.

Zbiór konfiguracji regularnych ze względu na \mathcal{R} oznaczamy $\xi(\mathcal{R})$.

Z definicji bezpośredniego wyprowadzenia wynika własność niezmienniczości zbioru $\xi(\mathcal{R})$ w przekształceniach podobnych WN-struktur.

Lemat 3.2.12

Niech S będzie zbiorem automorfizmów WN-struktur. Odwzorowania ze zbioru S przeprowadzają konfiguracje regularne w konfiguracje regularne.

Konfigurację regularną traktujemy jako abstrakcyjny opis obrazu w systemie RO . Dwie różne konfiguracje c, c' mogą być uważane za opis tego samego obrazu mimo, iż nie istnieje odwzorowanie $s \in S$ takie, że $sc = c'$. Własność tę modelujemy istnieniem reguły identyfikacyjnej.

Definicja 3.2.13 /Reguła identyfikacyjna/

Relację R określoną na zbiorze $\xi(\mathcal{R})$ nazywamy regułą identyfikacyjną, jeśli :

- i. R jest relacją równoważności,
- ii. jeśli cRc' , to dla każdego $s \in S$: $(sc)R(sc')$.
- iii. jeśli cRc' , to c, c' są regularne ze względu na tę samą gramatykę ze zbioru \mathcal{R} .

Klasy równoważności $\xi(\mathcal{R})$ nazywamy obrazami. Z powyższej definicji wynika, iż konfiguracje regularne ze względu na tę samą gramatykę stanowią opisy obrazów tej samej klasy / w szczególności tego samego obrazu/. Zasada regularności umożliwia określenie składniowej poprawności opisu i podanie do opisów jakiej klasy obrazów opis ten należy. Reguła identyfikacyjna określa nazwę opisywanego obrazu.

3.3 Semantyka RGS

Potraktowanie równoległej gramatyki strukturalnej jako meta-konstrukcji języka logiki pozwoli na precyzyjne określenie semantyki RGS i wyrażenie w niej reguły identyfikacyjnej.

Definicja 3.3.11

Sygnatura języka LS /wielorodzajowy język predykatów I-szego rzędu/ składa się z następujących symboli :

- symbol fałszu 0 , - symbol prawdy 1 , - negacji \sim ,
- sumy \vee , - iloczynu \wedge , - implikacji \rightarrow , - kwantyfikatorów \forall, \exists , - nawiasów $()$,
- symboli rodzajów s_1, \dots, s_k, s ze skończonego zbioru S zawierającego symbol pusty λ ,
- symboli funkcji f ze skończonego zbioru F ,
- symboli relacji r ze skończonego zbioru R ,
- symboli stałych tworzących rodzinę zbiorów $C = (C^s)_{s \in S}$,
- symboli zmiennych $x_i^s / i \in \mathcal{N} /$ z przeliczalnych zbiorów $(X^s)_{s \in S}$.

Poniżej podaję odpowiednie określenia teorii predykatów I-szego rzędu [np. BEL 71, SUC 77], w odniesieniu do języka LS.

Zbiór termów \mathcal{T} języka LS jest sumą zbiorów termów każdego rodzaju \mathcal{T}^s , zdefiniowanych rekurencyjnie :

- (i) $c^s \in \mathcal{T}^s$,
- (ii) $x_i^s \in \mathcal{T}^s$,
- (iii) jeśli t_1, \dots, t_n należą do \mathcal{T}^s i $f \in F_{w,s}$, to $f(t_1, \dots, t_n)$ należy do \mathcal{T}^s .

Zbiór formuł \mathcal{F} języka LS definiują :

- (1) $t_1^s = t_2^s \in \mathcal{F}$,
- (2) jeśli $r \in R_{s_1 x \dots x s_k}$ jest relacją z R , to $r(t_1^{s_1}, \dots, t_k^{s_k}) \in \mathcal{F}$,
(1) i (2) tworzą zbiór formuł atomowych,
- (3) jeśli $\varphi \in \mathcal{F}$ i $\psi \in \mathcal{F}$, to $\sim \varphi$, $\exists x_i^s \varphi$, $\forall x_i^s \varphi$, $\varphi \vee \psi$, $\varphi \wedge \psi$, $\varphi \rightarrow \psi$ są formułami z \mathcal{F} .

Regułami wnioskowania nazywamy reguły :

$$\frac{p \quad p \rightarrow q}{q} \quad - \text{modus ponens}, \quad \frac{p}{\forall y p} \quad - \text{generalizacja},$$

gdzie p jest dowolną formułą, p' jest formułą powstałą z p przez zastąpienie każdego wolnego wystąpienia zmiennej x zmienną y ,

przy założeniu, iż żadne wystąpienie wprowadzonej zmiennej y nie jest związane w formule p .

Aksjomatami nazywamy wyróżniony, skończony zbiór formuł \mathfrak{K} .

Dowodem ze zbioru formuł P formuły q nazywamy skończony ciąg formuł d_1, \dots, d_n taki, że każde d_i jest aksjomatem albo należy do P , albo wynika z poprzednich d_j, d_m ($j, m < i$) na mocy jednej z reguł wnioskowania, zaś d_n jest formułą q .

Piszemy $P \vdash q$ jeśli istnieje dowód formuły q ze zbioru P .

Zbiór formuł P nazywamy dedukcyjnie sprzecznym \Leftrightarrow gdy istnieje q i zachodzi $P \vdash q$ oraz $P \vdash \sim q$.

Składnik podstawienia to wyrażenie postaci t/x , gdzie t jest dowolnym termem, x - dowolną zmienną tego samego rodzaju co t .

Podstawieniem nazywamy dowolny, skończony zbiór składników podstawienia o różnych zmiennych. Piszemy $\Theta = \{t_1/v_1, \dots, t_k/v_k\}$, gdzie $v_i/i=1, \dots, k$ oznaczają zmienną.

Wprowadzamy dziedzinę semantyczną $\mathfrak{A} = (A_s)_{s \in S}$ złożoną z niepustych zbiorów.

Interpretacją φ języka LS w dziedzinie \mathfrak{A} nazywamy funkcję określoną na zbiorze $C \cup F \cup R \cup T \cup \mathcal{F}$ następująco :

- jeśli $c \in C^S$, to $\varphi(c) = C$ jest elementem zbioru A_s ;
- jeśli $f \in F_{w,s}$, to $\varphi(f)$ jest funkcją określoną na zbiorze $A_{s_1} \times \dots \times A_{s_k} \rightarrow A_s$, $w = s_1 \dots s_k$;
- jeśli $r \in R_w$, to $\varphi(r)$ jest funkcją określoną przez $A_{s_1} \times \dots \times A_{s_k} \rightarrow \{0, 1\}$, $w = s_1 \dots s_k$;
- jeśli $t \in T^S$, to $\varphi(t) \in A_s$;
- jeśli $p \in \mathcal{F}^S$, to $\varphi(p) \in \{0, 1\}$.

Ponadto wymagamy, aby interpretacje spełniały warunki :

- jeśli $f \in F_{w,s}$ oraz $t_1^{s_1}, \dots, t_k^{s_k} \in T$, to

$$\varphi(f(t_1^{s_1}, \dots, t_k^{s_k})) = \varphi(f)(\varphi(t_1^{s_1}), \dots, \varphi(t_k^{s_k}))$$
, $w = s_1 \dots s_k$.
- jeśli $r \in R_w$ oraz $t_1^{s_1}, \dots, t_k^{s_k} \in T$, to

$$\varphi(r(t_1^{s_1}, \dots, t_k^{s_k})) = \varphi(r)(\varphi(t_1^{s_1}), \dots, \varphi(t_k^{s_k}))$$
, $w = s_1 \dots s_k$.

- 3) $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$.
 4) jeśli $p, q \in \mathcal{F}$, to $\varphi(\sim p) = 1 - \varphi(p)$, $\varphi(p \wedge q) = \min\{\varphi(p), \varphi(q)\}$,
 $\varphi(p \vee q) = \max\{\varphi(p), \varphi(q)\}$.
 5) niech $x \in X$, $p \in \mathcal{F}$ i $L(\varphi, x)$ oznacza zbiór wszystkich interpretacji zgodnych z φ na zbiorze $\mathbb{F} \cup \mathbb{R} \cup X - \{x\}$;
 Wówczas
 $\varphi(\forall x p) = 1 \iff (p) = 1$ dla $\psi \in L(\varphi, x)$;
 $\varphi(\exists x p) = 1 \iff (p) = 1$ dla pewnego $\psi \in L(\varphi, x)$.

Realizacja języka LS jest 5-ka

$\mathcal{Z} = \langle \{S_i, i \in \xi_S\}, A, \{R_i, i \in \xi_R\}, \{F_i, i \in \xi_F\}, \{C_i, i \in \xi_C\} \rangle$,
 gdzie

są skończonymi zbiorami,

S_i - rodzaje takie, że jeśli $s_i \in S$, to istnieje S_i ;

$A = \{A_s \mid s \in S\}$ - rodzina zbiorów ;

R_i - skończone relacje takie, że jeśli $r_i \subseteq s_1 \times \dots \times s_k \in \mathbb{R}$,
 to $R_i \subseteq A_{s_1} \times \dots \times A_{s_k} \rightarrow \{0, 1\}$;

F_i - funkcje takie, że jeśli $f_i: s_1 \times \dots \times s_k \rightarrow s \in \mathbb{F}$, to
 $F_i: A_{s_1} \times \dots \times A_{s_k} \rightarrow A_s$.

C_{ii} - wartości stałych takie, że jeśli $c_i^S \in C$, to $C_i \in A_S$.

Niech P będzie zbiorem formuł języka LS. Modelem dla zbioru P nazywamy parę $\langle \mathcal{Z}, \varphi \rangle$, gdzie \mathcal{Z} jest realizacją języka LS, φ - interpretacją tego języka i zachodzi

1. $\varphi(p) = 1$ dla $p \in P$,
2. $\varphi(r_i) = R_i$ dla $i \in \xi_R$,
3. $\varphi(f_i) = F_i$ dla $i \in \xi_F$,
4. $\varphi(c_i) = C_i$ dla $i \in \xi_C$.

Piszemy $\langle \mathcal{Z}, \varphi \rangle \models P$ dla oznaczenia modelu zbioru P .

Zwiążemy elementy języka LS z elementami WN-struktur. W tym celu utworzymy w pierw meta-konstrukcje języka LS.

Definicja 3.3.2

Dwie formuły ψ, φ o równej liczbie zmiennych nazywamy równoważnymi \Leftrightarrow gdy istnieje wzajemnie jednoznaczne odwzorowanie zmiennych formuły ψ w zmienne formuły φ zachowujące rodzaje $k_{\psi\varphi}: X_\psi \rightarrow X_\varphi$ takie, że z formuły ψ /formuła ψ o przekształconych przez $k_{\psi\varphi}$ zmiennych/ w oparciu o aksjomaty z \mathcal{F} można wywnioskować formułę φ - $\psi(k_{\psi\varphi}(X_\psi)) \vdash \varphi(X_\varphi)$.

Dla każdej klasy równoważnych formuł istnieje formuła reprezentanta. Wszystkie formuły, które można otrzymać poprzez wzajemnie jednoznaczne odwzorowanie zmiennych z formuły reprezentanta nazywamy formułami głównymi danej klasy równoważności, i oznaczamy $[\phi k]$

Definicja 3.3.3

Słownikiem jest rodzina zbiorów $H = (H(w; \bar{w}))_{w, \bar{w} \in S^*}$.

$\alpha \in H(w, \bar{w})$ nazywamy S-atrybutowanym symbolem o syntezowanych rodzajach w i dziedziczonych \bar{w} .

H wyznacza zbiory :

- S-atrybutowanych zmiennych

$$X H = \left\{ X_1 \alpha = (x_1^{s_1}, \dots, x_1^{s_{k+n}}), \alpha \in H(s_1 \dots s_k; s_{k+1} \dots s_{k+n}), \right. \\ \left. x_1^{s_i} \in X_1 / i=1, \dots, k+n, k, n \geq 0, l \in \mathcal{N} \right\}.$$

- S-atrybutowanych podstawień

$$\Theta X = \left\{ \Theta X_1 = (t_1/x_1^{s_1}, \dots, t_{k+n}/x_1^{s_{k+n}}), \alpha \in H(s_1 \dots s_k; s_{k+1} \dots s_{k+n}) \right. \\ \left. x_1^{s_i} \in X_1 \wedge t_i \in \mathcal{T}^{s_i} / i=1, \dots, k+n, k, n \geq 0, l \in \mathcal{N} \right\}$$

W dalszym ciągu ograniczamy się do słownika zawierającego :

- symbole o wyłącznie syntezowanych rodzajach $H(w, \lambda)$,
- symbole o wyłącznie dziedziczonych rodzajach $H(\lambda, \bar{w})$,
- symbole "bliźniacze" $H(w, \bar{w})$ i $w = \bar{w}$.
- symbole stałych $H(\lambda, \lambda)$.

Z każdą etykietą atomową zwiążemy parę S-atrybutowanych symboli, a z każdą etykietą n-żuku klasę równoważnych formuł.

Definicja 3.3.4

Funkcja koincydencji WN-struktur i elementów języka LS jest

$\text{sym}: (V_A, V_E) \dashrightarrow H \cup \mathcal{F}$, $\text{sym} = (\text{sya}, \text{sya}', \text{sye})$, gdzie

- $\text{sya}: V_A \dashrightarrow H(w, \lambda)$ i $\text{sya}': V_A \dashrightarrow H(\lambda, \bar{w})$ takie, że $\text{sya}(a) = h$, $\text{sya}'(a) = h'$ i h, h' jest symbolem bliźniaczym
- $\text{sye}: V_E \dashrightarrow \{[\phi k]\}$.

Symbole ze słownika H są abstrakcją atrybutów atomu, zaś formuły wyrażają własności reprezentowane n-żukami. Tak można interpretować wprowadzone konstrukcje w odniesieniu do rozważań z pkt. 3.1. Semantyka RGS określona zostaje w następnej definicji.

Definicja 3.3.5

Atrybutowana równoległa gramatyka strukturalna /ARGS/ jest systemem $\langle G, \text{Term}, \text{RP}, \mathcal{Z} \rangle$ gdzie :

- $G = (V, C, \Pi)$ jest pewną RGS ;
- $\text{Term} = (h_A, t_a, t_e)$ jest zbiorem odwzorowań

$$h_A: X_H \rightarrow O_A \times V_A, \quad h_A(X_1 h) = l:a \quad \text{dla } h = (\text{syma}(a), \text{syma}'(a))$$

$$h_A(X_1 h) = l:a \quad \text{dla } h = \text{syma}(a),$$

$$h_A(X_1 h') = l:a \quad \text{dla } h' = \text{syma}'(a);$$

$$t_a: O_A \times V_A \rightarrow \mathcal{F}, \quad t_a(l:a) = \bar{\phi}_a(X_1 h), \quad h = \text{syma}(a);$$

$$t_e: O_E \times V_E \rightarrow \mathcal{F}, \quad \text{niech } l:e = (l_1:a_1, \dots, l_k:a_k) \text{ b\u0119dzi } n\text{-\u0142ukiem i } \text{syme}(e) = [\bar{\phi}], \text{ wtedy}$$

$$t_e(l:e) = \bar{\phi}(X_{l_1} h_1 \dots X_{l_k} h_k), \quad \text{gdzie } h_i = \text{syma}(a_i), i=1, \dots, k.$$

- RP jest skończonym zbiorem reguł podstawień postaci $rp = (\Theta X_0 \dots \Theta X_k; \Theta X_{k+1} \dots \Theta X_{k+m}) \in \Theta X^{\#} \times \Theta \in X^{\#}$, których składniki podstawień dziedziczone dla $\Theta X_0 \dots \Theta X_k$ i syntezowane dla $\Theta X_{k+1} \dots \Theta X_{k+m}$ są definiujące, a wszystkie pozostałe są stosowane i zachodzi :

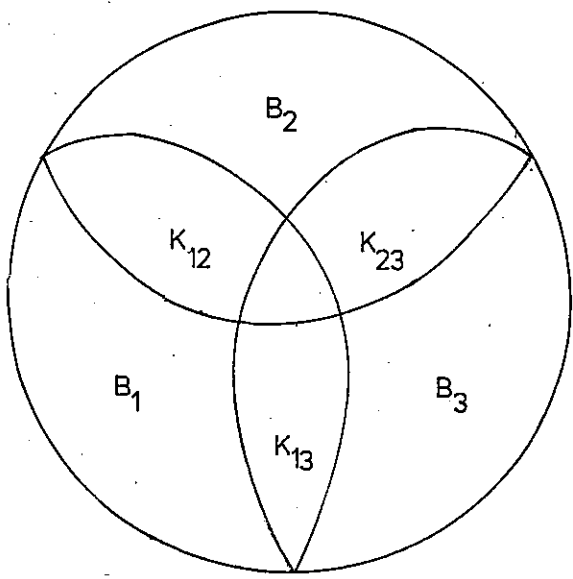
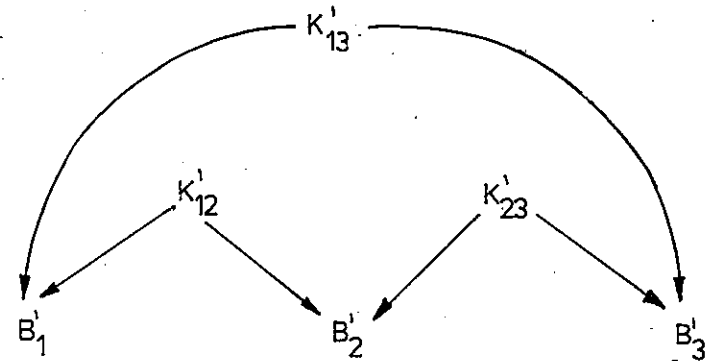
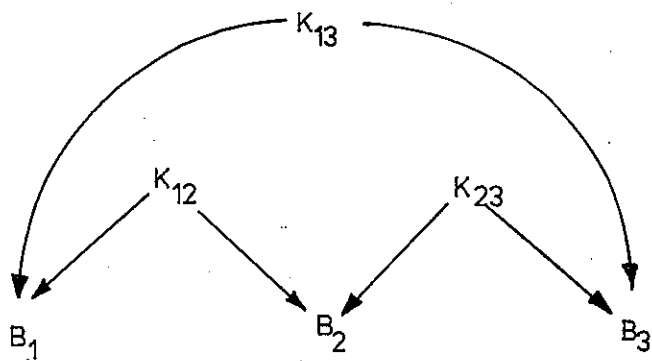
1. Definiujące składniki są niewłaściwe tzn. postaci x/x .
2. Wszystkie zmienne występujące w stosowanych składnikach podstawień występują również w definiujących składnikach tej samej reguły.
3. Dla każdego bezpośredniego wyprowadzenia $G \Rightarrow G'$ w RGS i dla każdej pary pokryć B, B' VN-struktur G, G' istnieje podzbiór reguł z RP i wzajemnie jednoznaczne przekształcenie zmiennych zachowujące rodzaje tak, że dla każdego atomu $l:a$ w B dana jest dokładnie jedna S-atrybutowana zmienna $X_1 h$, $h_A(X_1 h) = l:a$, w lewej stronie przekształconych reguł i dla każdego atomu $k:b$ w B' - dokładnie jedna S-atrybutowana zmienna $X_k h$, $h_A(X_k h) = k:b$, w prawej stronie.

\mathcal{L} jest realizacją języka LS.

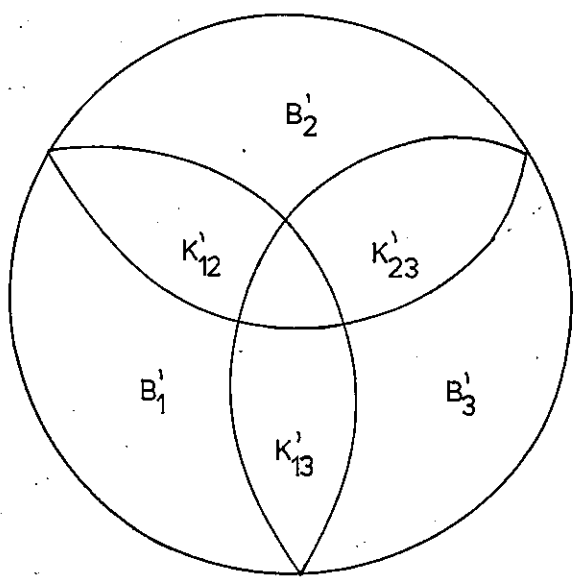
W języku LS konfiguracji odpowiada ciąg formuł o S-atrybutowanych zmiennych uzależnionych wzajemnie regułami podstawień.

Definicja 3.3.6

Mówimy, że w atrybutowanej RGS konfiguracja K jest poprawna semantycznie przy interpretacji $\varphi \Leftrightarrow$ gdy φ nadaje wartość wszystkim zmiennym wszystkich formuł konfiguracji i interpretacje bliźniaczych zmiennych są równe oraz, gdy wszystkie formuły kon-



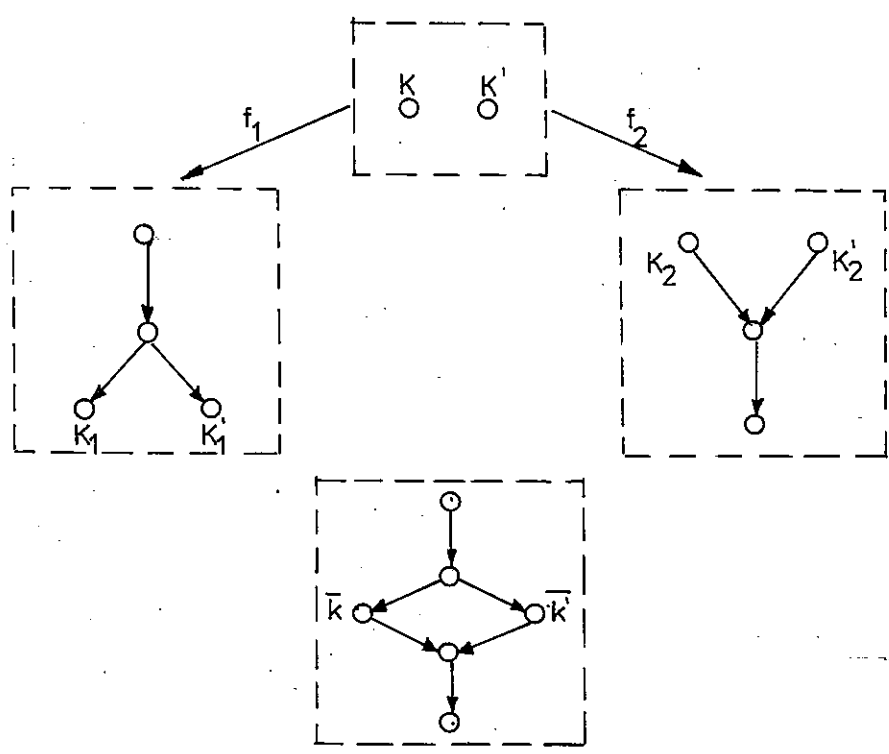
\Rightarrow



G

G'

Wyprowadzenie $G \Rightarrow G'$



Derivation DMC

figuracji są spełnione przy interpretacji ψ .

Definicja 3.3.7

Niech $Q \subset \text{ARGS}$ o podłożowej gramatyce $G \subset \text{RGS}$. Niech dalej H będzie sekwencją języka $L(G)$, a K - dowolną konfiguracją regularną, której strukturą końcową jest H .

Znaczeniem sekwencji H nazywamy każdy ciąg wartościowań S -atrybutowanych zmiennych dla atomów struktury startowej konfiguracji K , nadanych w interpretacji, przy której K jest poprawna semantycznie.

Zbiór znaczeń sekwencji H oznaczam przez $\mathcal{M}(H)$.

Językiem atrybutowanej RGS jest zbiór wyrażeń postaci :
(sekwencja , znaczenie). Jedna sekwencja może mieć oczywiście wiele znaczeń.

Dla $Q \subset \text{ARGS}$, $G \subset \text{RGS}$: $L(Q) = \{(H, m) \mid H \in L(G) , m \in \mathcal{M}(H)\}$.

Możemy teraz określić, kiedy dwa różne wyrażenia języka są równoważne.

Definicja 3.3.8 /Reguła identyfikacyjna dla ARGS/

Niech \mathcal{R} będzie zbiorem gramatyk typu ARGS o podłożowych gramatykach typu RGS ze zbioru \mathcal{R} i o niesprzecznych realizacjach .

Dwie różne konfiguracje K_1, K_2 regularne ze względu na \mathcal{R} są przy interpretacjach $\bar{\psi}_1: K_1 \rightarrow \mathbb{A}$, $\bar{\psi}_2: K_2 \rightarrow \mathbb{A}$ równoważne
 $\langle == \rangle$

gdy obie konfiguracje są poprawne semantycznie, ich WN-struktury startowe izomorficzne i wartościowania S -atrybutowanych zmiennych odpowiadających sobie atomów struktur startowych obu konfiguracji są identyczne.

Łatwo widać, że powyższa reguła spełnia warunki definicji 3.2.13. Z powyższych definicji wynika, iż dwa wyrażenia (H_1, m_1) i (H_2, m_2) są równoważne $\langle == \rangle$ gdy istnieją odpowiednie konfiguracje K_1, K_2 z interpretacjami $\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2$ definiujące te wyrażenia i zachodzi równoważność K_1, K_2 przy $\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2$.

Przestrzeń rozpoznawania systemu RO będziemy reprezentować wyrażeniami języków pewnej podklasy ARGS. Strategia rozpoznawania polegać będzie na znalezieniu w opisie wejściowym poprawnego wyrażenia w językach reprezentacji, czyli na podaniu konfiguracji regularnej i interpretacji $\bar{\psi}$ definiujących to wyrażenie. Taka jest istota syntaktyczno-semantycznej metody rozpoznawania .

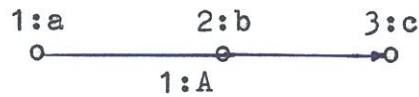
4. JEZYK OPISU OBIEKTÓW

4.1 Atomowo równoległa gramatyka strukturalna

Produkcja zdefiniowana będzie jako trójka (B_1, B_p, S) , w której obok pary VN-struktur tworzących lewą i prawą stronę produkcji występuje reguła S podająca, w jaki sposób można zastąpić n-łuki między lewą stroną B_1 i innymi podstrukturami wejściowej struktury n-łukami między prawą stroną i innymi podstrukturami wynikowej struktury bezpośredniego wyprowadzenia. Wyjaśnia to przykład :

Przykład 4.1.1

Niech będzie dana VN-struktura wejściowa



i produkcje

$$p_1: \begin{array}{c} 1:a \\ \circ \end{array} := \begin{array}{c} 1:b \\ \circ \end{array} ; \quad p_2: \begin{array}{c} 2:b \\ \circ \end{array} := \begin{array}{c} 2:a \\ \circ \end{array} \quad \begin{array}{c} 3:a \\ \circ \end{array} ;$$

$$p_3: \begin{array}{c} 3:c \\ \circ \end{array} := \begin{array}{c} 4:b \\ \circ \end{array}$$

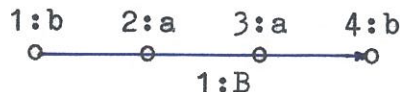
o regułach S odpowiednio

$$S_1 = \{ r_B = (1; R_A(1)) \} ; \quad S_2 = \{ l_B = (L_A(2); 23) , r_B = (23; R_A(2)) \} ; \\
 S_3 = \{ l_B = (L_A(3); 4) \} .$$

Operatory $L_A(a)$, $R_A(a)/a=1,2,3/$ dają ciągi atomów należących wraz z atomem o oznaczeniu "a" do n-łuku o etykiecie "A" VN-struktury wejściowej, przy czym $L_A(a)$ jest sąsiedztwem wejściowym atomu "a", zaś $R_A(a)$ - sąsiedztwem wyjściowym "a".

$$L_A(1) = \{ 23 \} , \quad L_A(2) = \{ 1 \} , \quad R_A(2) = \{ 3 \} , \quad L_A(3) = \{ 12 \} .$$

Ponieważ dla każdego $a=1,2,3$: $L_A(2) \text{ a } R_A(a) = (123)$, więc w VN-strukturze wynikowej powstaje n-łuk $1:B(1,2,3,4)$:



Zanim wprowadzimy wszystkie powyższe pojęcia w sposób formalny, zastanowimy się nad znaczeniem hiperłuków nieskierowanych. Każdą strukturę relacyjną o nieskierowanych hiperłukach możemy odwzorować w VN-strukturę, której n-łuki są skierowane. Nieskierowanemu hiperłukowi odpowiadać będzie zbiór takich n-łuków, których ciągi atomów stanowią wszystkie możliwe permutacje zbioru atomów hiperłuku. Przez VN-strukturę nieskierowaną rozumieć możemy taką klasę VN-struktur, które zawierają wyłącznie pełne zbiory n-łuków

odpowiadające hiperłukowi nieskierowanemu. Ograniczając rozważania do n-łuków wymagamy od aksjomatów języka LS i funkcji koincydencji: aby zapewniały równoważność semantyczną VN-struktur różniących się tylko sposobem reprezentacji hiperłuku nieskierowanego.

Określamy zbiór operatorów bazowych $T = \{L_A \mid A \in V_E\} \cup \{R_A \mid A \in V_E\}$, gdzie L_A jest wejściowym, zaś R_A - wyjściowym operatorem bazowym.

Definicja 4.1.2

Operatorami nazywamy słowa nad alfabetem $OP = V_A \cup Tu\{(\nu, \wedge, \cdot), C, I, \}$
 $\langle == \rangle$

- i) T jest zbiorem operatorów bazowych.
- ii) Jeśli X jest operatorem, to również CX, aX, \bar{X} dla $a \in V_A^+$.
- iii) Jeśli X, Y są operatorami, to również XY, XvY, XvY.

Definicja 4.1.3

Niech $H \in WNSTR_0$. Sąsiedztwo atomowe $\mathcal{O}(a)$, gdzie \mathcal{O} jest operatorem interpretujemy jako :

- i) $L_A(a)$ i $R_A(a)$ - to ciągi oznaczeń tych atomów z H_A , z których do atomu o oznaczeniu "a" dochodzi względnie do których z atomu o oznaczeniu "a" dochodzi n-łuk o etykiecie A.
- ii) $\mathcal{O} = C\mathcal{A}$ - dopełnienie sąsiedztwa $\mathcal{A}(a)$ w strukturze H - ciągi oznaczeń atomów z H_A nie należące do sąsiedztwa $\mathcal{A}(a)$ o maksymalnej długości N-1.
- iii) $\mathcal{O} = v_1, \dots, v_m \mathcal{A}$, $v_i \in V_A^* \mid i=1, \dots, m$ - podzbiór tych ciągów atomów z $\mathcal{A}(a)$, których etykiety występują w jednym z ciągów v_1, \dots, v_m .
- iv) $\mathcal{O} = \mathcal{A} \wedge \Gamma$ - ciągi, które należą jednocześnie do $\mathcal{A}(a)$ i $\Gamma(a)$.
- v) $\mathcal{O} = \mathcal{A} \vee \Gamma$ - ciągi, które należą do $\mathcal{A}(a)$ lub $\Gamma(a)$.
- vi) $\mathcal{O} = I$ - pełny zbiór oznaczeń atomów struktury wejściowej.
- vii) $\mathcal{O} = \bar{\mathcal{A}}$ - jest operatorem I, gdy $\mathcal{A}(a) = \emptyset$ lub zbiorem pustym gdy $\mathcal{A}(a) \neq \emptyset$.
- viii) $\mathcal{O} = \mathcal{A} \Gamma$ - ciągi atomów z sąsiedztwa atomowego $\mathcal{A}(\underline{a})$ pośredniego atomu \underline{a} należącego do sąsiedztwa $\Gamma(a)$.

Definicja 4.1.4

Strukturalną atomową produkcją nazywamy trójkę (B_1, B_p, S) , gdzie $B_1, B_p \in WNSTR_0$ i B_1 posiada tylko jeden atom, $S = \{S_{e_1}, \dots, S_{e_k}\}$ jest regułą wstawiania o składowych postaciach :

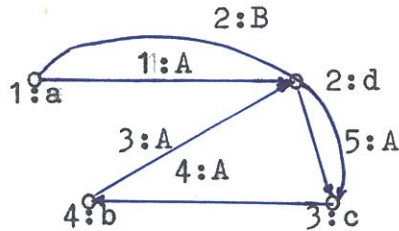
$S_{e_i} = \{l_{e_i}, r_{e_i} \mid i=1, \dots, k\}$ gdzie $e_i \in V_E$, l_{e_i}, r_{e_i} - składniki wstawiania /wejściowe wzgl. wyjściowe/

$$l_{e_i} = \bigcup_{j=1}^{p_i} (\mathcal{O}_j(a); V_{A_j}), \quad r_{e_i} = \bigcup_{j=1}^{q_i} (V_{B_j}; \mathcal{O}_j(a)),$$

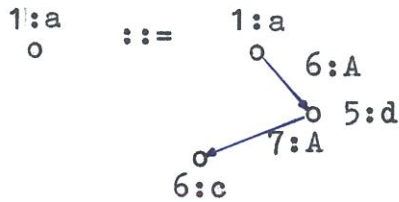
$\mathcal{O}_j(a)$ - sąsiedztwa atomu $a \in B_{1A}$; V_{A_j}, V_{B_j} - ciągi atomów z B_p .

Przykład 4.1.5

Niech będzie dana WN-struktura G :



Produkcja jest postaci



$$S = \{l_A, l_B\}$$

$$l_A = (156; dR_A(1)),$$

$$l_B = (L_B(1); 156) \cup (R_B(1); 156).$$

Sąsiedztwa atomowe występujące w produkcji są dla WN-struktury G następujące : $dR_A(1) = \{2\}$, $L_B(1) = \emptyset$, $R_B(1) = \{23\}$.

Definicja 4.1.6

Produkcje $P = (B_1, B_p, S)$, $P' = (B'_1, B'_p, S')$ są równoważne ($P \cong P'$) \Leftrightarrow

$B_1 = B'_1$ są izomorficzne ze względu na odwzorowanie oznaczeń atomów f ,

$B_p = B'_p$ są izomorficzne ze względu na odwzorowanie oznaczeń atomów h ,

oraz S' otrzymuje się z S drogą przekształceń :

i) $a \in B_1$ jest zastępowane przez $f(a)$,

ii) $a \in B_p$ jest zastępowane przez $h(a)$.

Definicja 4.1.7

Produkcja p jest zawarta w zbiorze produkcji P z dokładnością do WN-izomorfizmu $p \in P \Leftrightarrow$ gdy istnieje $p' \in P$, że $p \cong p'$.

Piszemy $P(W)$ dla oznaczenia skończonego zbioru produkcji nad al-

fabetem etykiet V .

Definicja 4.1.8

VN-struktura H' jest bezpośrednio wyprowadzana z VN-struktury H $H \Rightarrow H'$ za pomocą zbioru strukturalnych atomowych produkcji $P(W)$

$\langle == \rangle$

gdy istnieją produkcje $p_1, \dots, p_k \in P(W)$ i zachodzi :

i) $H_A = \bigcup_{\mu=1}^k a_{1\mu}$ - gdzie $a_{1\mu}$ -oznaczenie lewego atomu μ -tej produkcji p_μ .

ii) $H'_A = \bigcup_{\mu=1}^k A_{p_\mu}$ - gdzie A_{p_μ} -zbiór oznaczeń atomów prawych stron produkcji wzajemnie rozłącznych dla $\mu=1, \dots, k$

iii) $H'_E = \left\{ \bigcup_{\mu=1}^k B_{1\mu} \right\} \cup B'$ - gdzie $B_{1\mu}$ jest zbiorem n-łuków prawej strony produkcji p_μ , a B' jest zbiorem n-łuków uzyskiwanych przez realizację składników wstawiania $S_\mu / \mu=1, \dots, k /$ tj. określonym następująco :

$$e(a_1, \dots, a_r) \in B', m'_E(e) = E \in V_E, a_i \in H'_A / i=1, \dots, r /$$

$\langle == \rangle$

Istnieje podział ciągu $(a_1, \dots, a_r) = X_1 \cdot \dots \cdot X_s$ i s reguł wstawiania o składowej $S_E = S_E^1, \dots, S_E^s$ zawierające

$$r_E = (X_j, A_{E_j}(a^j)) \in S_E^j, l_E = (B_{E_j}(a^j), X_j) \in S_E^j \text{ i zachodzi -}$$

$$\text{dla } s=1 : a_j^1 \in A_{E_j}(a^1), a_j^1 \in B_{E_j}(a^1),$$

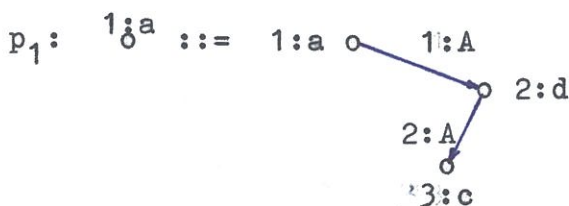
$$\text{dla } s>1 : \text{istnieją } Y_{R_j} \in A_{E_j}(a^j) \text{ i } Y_{L_j} \in B_{E_j}(a^j) / Y_{R_j} \neq a^j, Y_{L_j} \neq a^j / \text{ dla } j=1, \dots, s \text{ oraz}$$

$$Y_{L_1} a^1 Y_{R_1} = \dots = Y_{L_s} a^s Y_{R_s} / Y_{L_1} = Y_{R_s} = \emptyset /.$$

iv) H' nie zawiera n-łuków identycznych z dokładnością do oznaczenia n-łuku.

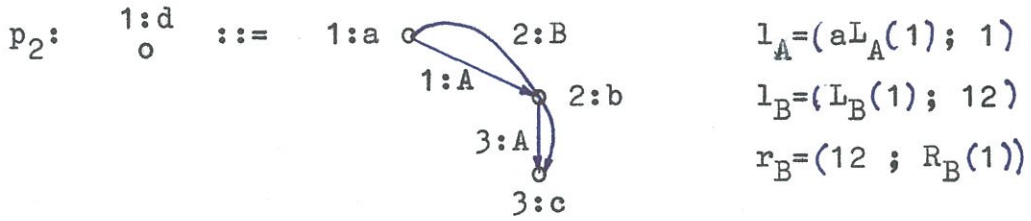
Przykład 4.1.9

Niech $V_A = \{a, b, c, d\}$, $V_E = \{A, B\}$, $P(W) = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$

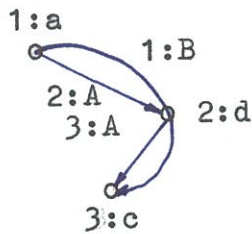


$$r_A = (13; dR_A(1))$$

$$r_B = (12; RB(1))$$



WN-struktura H :



Bezpośrednie wyprowadzenie $H \Rightarrow H'$ za pomocą produkcji p_1, p_2', p_3 powstałych z p_1, p_2, p_3 po przekształceniu oznaczeń atomów i n-łuków.

$p_2': B_{l_A} = \{2\}, B_{p_A} = \{4, 5, 6\}, B_{p_E} = \{3, 4, 5\}$

$p_3': B_{l_A} = \{3\}, B_{p_A} = \{7\}, B_{p_E} = \emptyset$

Interpretacje operatorów w składnikach wstawiania dla WN-struktury H / $\bar{}$ oznacza atom z H_A / :

dla $p_1 - dR_A(1) = \{\bar{2}\}, B_A(1) = \{\bar{2}\bar{3}\}$.

dla $p_2' - aL_A(2) = \{\bar{1}\}, L_B(2) = \{\bar{1}\}, R_B(2) = \{\bar{3}\}$.

dla $p_3' - L_B(3) = \{\bar{1}\bar{2}\}$.

Między podstrukturami H' powstają dwa n-łuki :

6:A(1,3,4) - gdyż istnieją $Y_{R_1} = dR_A(1), Y_{L_2} = aL_A(2)$, że

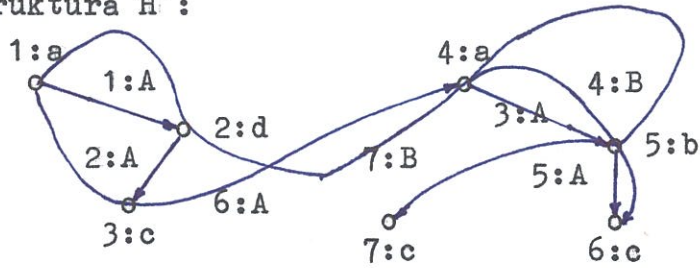
$\bar{1}Y_{R_1} = Y_{L_2}\bar{2} = \bar{1}\bar{2}$ oraz operatorom odpowiadają w składnikach wstawiania ciągi oznaczeń atomów 13, 4 ;,

7:B(1,2,4,5,7) - gdyż $Y_{R_1} = R_B(1), Y_{L_2} = L_B(2), Y_{R_2} = R_B(2), Y_{L_3} = L_B(3)$

i $\bar{1}Y_{R_1} = Y_{L_2}\bar{2}Y_{R_2} = Y_{L_3}\bar{3} = \bar{1}\bar{2}\bar{3}$ oraz operatorom odpowiadają ciągi oznaczeń atomów 12, 45, 7 .

Pod warunkiem, iż oznaczenia atomów i n-łuków WN-struktury bezpośrednio wyprowadzonej z H nie powtarzają się, oznaczenia te mogą być dowolne. Stąd WN-struktura H' jest reprezentantem WN-struktur bezpośrednio wyprowadzalnych z H.

VN-struktura H' :



Warunek iV) powyższej definicji ogranicza postać wyprowadzanych VN-struktur do VN-struktur minimalnych. Znaczenie VN-struktur różniących się tylko nadmiarowymi n-łukami jest równoważne, lecz nie można wtedy określić między nimi VN-izomorfizmu.

Definicja 4.1.10

Niech $P(W)$ - skończony zbiór strukturalnych atomowych produkcji nad zbiorem etykiet W . Powiemy, że $P(W)$ jest :

- minimalny $\langle == \rangle$ nie występują w nim produkcje równoważne ,
- kanoniczny $\langle == \rangle$ oznaczenie atomu lewej strony jest pierwszym elementem zbioru Θ_A , zaś oznaczenia atomów prawej strony tworzą zbiór kolejnych następników w Θ_A elementu pierwszego,
- jednoznaczny $\langle == \rangle$ dla każdej pary różnych etykiet $a_1, a_2 \in V_A$ nie istnieje para produkcji $p_1, p_2 \in P(W)$, taka, że a_1, a_2 są etykietami atomów lewych stron p_1, p_2 i prawe strony są izomorficzne,
- rozszerzający $\langle == \rangle$ wszystkie prawe struktury są niepuste.

Definicja 4.1.11

Uporządkowaną czwórkę (W^N, W^T, P, W^S) nazywamy systemem strukturalnych produkcji /STP/, gdzie :

W^N, W^T, W^S - odpowiednio zbiory etykiet nieterminalnych, terminalnych i początkowych;

P - minimalny i kanoniczny zbiór strukturalnych atomowych produkcji $P \subset (W^S \cup W^N \cup W^T) \text{NSTR}_0 \times (W^N \cup W^T) \text{NSTR}_0 \times \{\text{Reguły wstawiania}\}$.

Definicja 4.1.12

Uporządkowaną trójkę $(SP, R^S, ==\Rightarrow)$ nazywamy atomowo równoległą gramatyką strukturalną /aRGS/, gdzie :

$SP = (W^N, W^T, P, W^S)$ jest STP ;

$R^S = \bigcup_{i \in J} R^{Si}$ - skończona rodzina VN-struktur początkowych $m_A(R_A^{Si}) = V_A^S$;

$==\Rightarrow$ - bezpośrednie wyprowadzenie za pomocą P .

$H \in \text{WNSTR}_0$ jest wyprowadzana w gramatyce typu aRGS z $H \in \text{WNSTR}_0$

gdy $H \xRightarrow{*} H'$ i $\xRightarrow{*}$ jest algebraicznym domknięciem bezpośredniego wyprowadzenia $\xRightarrow{*}$ w aRGS.

Sentencjami gramatyki G typu aRGS są WN-struktury końcowe :
 $L(G) = \{ H \in \text{WNSTR}_0 \mid R^S i \in R^S \text{ i } R^S i \xRightarrow{*} H \}$.

Obecnie zbadamy stosunek gramatyk typu aRGS i RGS.

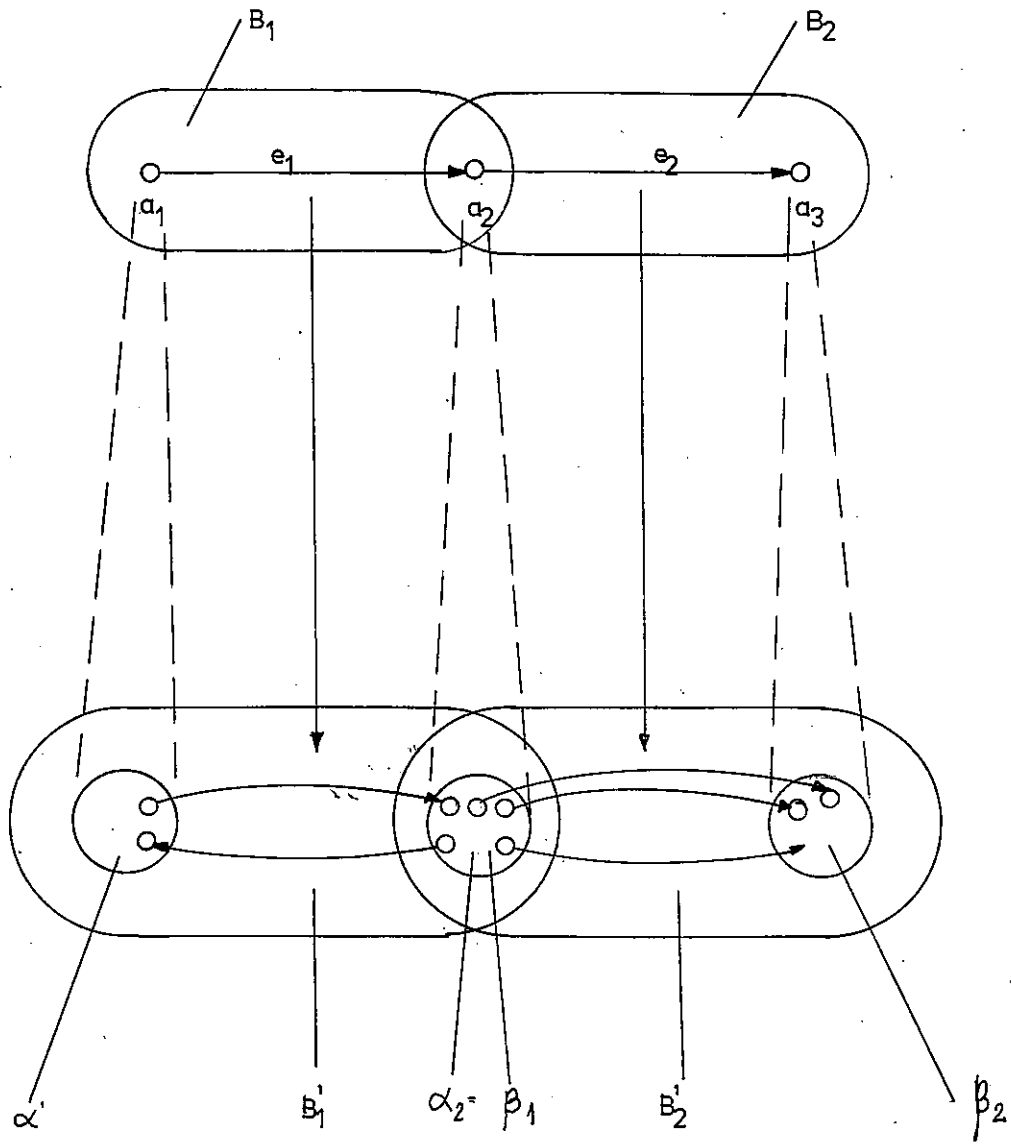
Twierdzenie 4.1.13

Każde bezpośrednie wyprowadzenie w aRGS jest bezpośrednim wyprowadzeniem w RGS.

Dowód.

Z definicji dla każdego bezpośredniego wyprowadzenia $G \xRightarrow{*} G'$ w RGS istnieją produkcje zawierające z dokładnością do VN-izomorfizmu pary pokryć $B_i, B'_i / i=1, \dots, n/$, których stopienia tworzą odpowiednio WN-struktury G, G' . Załóżmy, że pokrycia odpowiadające bezpośredniemu wyprowadzeniu w aRGS składają się z atomów lub n-łuków wraz za atomami przez które przechodzą. Zastąpienie pokrycia $B_i \subset G$ zawierającego atomy a_1, \dots, a_{n_1} i pokrycia $B_j \subset G$ zawierającego atomy b_1, \dots, b_{n_2} przez pokrycia $B'_i \subset G'$ o podstrukturach zastępujących atomy $\alpha_1, \dots, \alpha_{n_1}$ i $B'_j \subset G'$ o podstrukturach odpowiednio $\beta_1, \dots, \beta_{n_2}$ musi zachowywać odpowiedniość części wspólnych pary B_i, B_j w częściach wspólnych pary B'_i, B'_j , tzn. dla $a_1=b_1$ lub $a_2=b_1$ itp. zachodzi $\alpha_1=\beta_1$ lub $\alpha_2=\beta_1$ itp. /rys. 4.1/. Warunek ten dla bezpośredniego wyprowadzenia aRGS jest spełniony, jeśli przyjmą za części wspólne dwóch pokryć : wspólne atomy dla pokryć lewej strony, WN-struktury prawych stron produkcji aRGS dla pokryć prawej strony.

Realizacja reguł wstawiania produkcji aRGS prowadzi do par pokryć postaci: podstruktura lewej strony, n-łuk wraz ze strukturami zastępującymi atomy lewej podstruktury. Liczba tworzonych na podstawie reguł wstawiania produkcji/użytych w bezpośrednim wyprowadzeniu/ n-łuków w wyprowadzanej WN-strukturze określona jest jednoznacznie przez postać wejściowej WN-struktury. Nie możemy przyporządkować każdej n-tce reguł wstawiania dokładnie jednej pary pokryć, gdyż tworzonych na jej podstawie n-łuków może być dowolnie wiele. W postaci produkcji RGS reprezentujemy jedynie wszystkie możliwe wyprowadzenia n-łuków opisane takimi n-tkami reguł wstawiania, Podzielmy składniki wstawiania /def. 4.1.4/ na trzy grupy



RYS. 4.1.

- a. zawierające tylko operatory typu i), iii).
- b. zawierające tylko operatory typu ii), vi-viii).
- c. zawierające operatory iv) i v).

Podstruktury będące pokryciami lewej strony odpowiadające n -tkom składników wstawiania grupy a. są n -łukami. Operatorom typu ii), vi) odpowiadają pokrycia lewej strony złożone z n -tek atomów WN -struktury wejściowej $n \leq N-1$, względnie zbiorów takich n -tek atomów. Dla operatora typu vii) pokrycie może nie istnieć lub być równoznaczne z pokryciem dla operatora typu vi). Operatorowi typu viii) odpowiada rozszerzenie pokrycia o n -łuk przechodzący przez jeden z atomów pokrycia, w szczególności tak utworzone pokrycie może być parą n -łuków / złożoną z n -łuku prowadzącego do sąsiedniego atomu i jednego z n -łuków sąsiedztwa tak określonego atomu/ Operatory z grupy c. oznaczają, że mogą być tworzone pokrycia będące sumą lub iloczynem pokryć odpowiadających operatorom z grup a. i b.

Tak więc każde bezpośrednie wyprowadzenie w aRGS może być opisane produkcjami RGS. Zbiór tych produkcji jest skończony ze względu na skończoność liczby N i zbioru etykiet W . c.n.o.

Za pomocą zbioru produkcji RGS odpowiadającego dowolnej gramatyce aRGS możemy wyprowadzić z danej WN -struktury wejściowej przeważnie więcej niż jedną klasę równoważnych WN -struktur. W przeciwieństwie do aRGS zbiór pokryć nie jest jednoznacznie określony. Wystarczy, żeby spełniony był warunek stopień tych pokryć.

Zbadamy pewne dalsze własności gramatyk typu aRGS.

Mówimy, że gramatyka typu aRGS jest zupełna \Leftrightarrow gdy dla każdej etykiety atomowej z V_A istnieje co najmniej jedna produkcja gramatyki, której atom lewej strony posiada tę samą etykietę.

Zupełność gramatyki aRGS zapewnia kontynuowalność każdego wyprowadzenia. Natomiast pytanie o kontynuowalność wyprowadzenia w RGS jest prawdopodobnie nierozstrzygalne. Nie jesteśmy w stanie określić, czy dla każdej wyprowadzonej WN -struktury istnieją w zadanym zbiorze produkcje, których lewe strony pokrywają z dokładnością do izomorfizmu tę WN -strukturę.

Wyprowadzenie w aRGS może być kontynuowane nawet po osiągnięciu częściowej lub całkowitej terminalności etykiet wyprowadzonej WN -struktury. Język tzw. synchronizowanej aRGS będzie podobny do ję-

zyka gramatyk łańcuchowych.

Definicja 4.1.14

Gc aRGS jest synchronizowana \Leftrightarrow gdy w żadnym wyprowadzeniu V struktury $D \in L(G)$ nie występują WN-struktury terminalne i gdy wszystkie zastosowane produkcje z wyjątkiem użytych w bezpośrednim wyprowadzeniu D posiadają lewe i prawe strony o nieterminalnych etykietach atomów.

Synchronizowana gramatyka aRGS to taka, w której wyprowadzenie dowolnej WN-struktury języka zawiera wyłącznie WN-struktury niekońcowe i dopiero w ostatnim bezpośrednim wyprowadzeniu wszystkie atomy są etykietowane ze zbioru terminalnego. Od tego momentu wyprowadzenie prowadzi w ślepy zaułek tworząc WN-struktury nie należące do języka.

Twierdzenie 4.1.15

Dla każdej aRGS można podać równoważną synchronizowaną aRGS.

Dowód.

Niech $G = (SP, R^S, \Rightarrow)$ o $SP = (W^N, V^T, P, V^S)$ będzie aRGS.

Określimy: $V'_A = V_A \cup \bar{V}_A^T \cup \{C, F\}$ gdzie $V_A, \bar{V}_A^T, \{C, F\}$ są parami rozłączne i $\bar{V}_A^T = \{\bar{a} \mid a \in V_A^T\}$. Wprowadzone nowe etykiety są nieterminalne.

Niech $b \in WN-STR_0$; $b' \in V'NSTR$ - powstała z b poprzez zastąpienie etykiet ze zbioru V_A odpowiadającymi im etykietami z V'_A .

Niech $\bar{p} = (\bar{b}_l, \bar{b}_r, \bar{S})$ będzie produkcją powstałą z $p = (b_l, b_r, S)$ przez zastąpienie etykiet z V_A^T odpowiadającymi im etykietami z \bar{V}_A^T .

Wprowadźmy zbiory produkcji:

P_0 - produkcje typu $(b_0, R_{S_0}^S, S_0)$ w której b_0 jest pojedynczym atomem o etykiecie C , $R_{S_0}^S$ - strukturą startową gramatyki G o etykietach z V_A^T zastąpionych przez odpowiednie etykiety z \bar{V}_A^T , S_0 - pusty składnik wstawiania.

$$P_1 = \{(b_{\bar{a}}, b_a, S_{id}) \mid \bar{a} \in \bar{V}_A^T, b_a \in V'NSTR_0\},$$

$$P_2 = \{(b_a, b_F, S_{id}) \mid a \in V_A^T\};$$

$b_a, b_{\bar{a}}, b_F$ są pojedynczymi atomami o etykietach a, \bar{a}, F .

Określmy gramatykę $G' = ((W^N, V^T, P, W^S), R^S, \Rightarrow)$, gdzie $P' = \{\bar{p} \mid p \in P\} \cup P_0 \cup P_1 \cup P_2$, $W^N = (V'_A - V_A^T, V_E^N)$, $W^S = \{C\}$,

$$R_A^S = \{ 0 \}, m_A(0) = C.$$

Gramatyka G' jest synchronizowana. VN-strukturę końcową otrzymuje się tylko wtedy, gdy w bezpośrednim wyprowadzeniu stosuje się wyłącznie produkcje ze zbioru P_1 .

c.n.o.

Zastosowanie produkcji w aRGS nie zależy od kontekstu w jakim dany atom się znajduje. Zastanowimy się nad typem produkcji z określonymi warunkami stosowalności. Atom może występować w dowolnie wielu n-łukach VN-struktury wejściowej bezpośredniego wyprowadzenia, a więc kontekst wyznaczony n-łukami może być dowolnie długi. W związku z tym nie można podać w ogólnym przypadku takiej gramatyki z produkcjami kontekstowymi, której wyprowadzenia byłyby zawsze kontynuowalne.

Wyrazimy kontekst stosowalności w uproszczony sposób.

Definicja 4.1.16

Strukturalna atomowa produkcja z kontekstem stosowalności to para (p, K) , gdzie $p \in P(W)$, $K \in VNSTR_0$ - składa się z n-łuków zawierających atom lewej strony produkcji p.

Mówimy, że (p, K) jest stosowalna w $H \in VNSTR_0$ do atomu 'a'

$\langle == \rangle$

1. atom 'a' posiada tę samą etykietę co atom lewej strony produkcji p,
2. nie istnieje $k \cong K$ taka, że $a \in k_A$, $k \in H$.

Kontekst stosowalności wyrażać będziemy poprzez sąsiedztwa atomów

Twierdzenie 4.1.17

Dla aRGS nad zbiorem rozszerzających produkcji z kontekstem stosowalności istnieje gramatyka aRGS generująca ten sam język.

Dowód.

Wprowadźmy unikalną, nieterminalną etykietę 'błędu' $V_E' = V_E \cup \{B\bar{L}\}$
 Dla każdej produkcji $p := (O:a, B_a, S) // a \in V_A$ wprowadzamy produkcję $p' := (O:a, B_a, S')$ gdzie $S' = S \cup (L_{B\bar{L}} \cup \sigma_{lcont} \cup \sigma_{pcont}(0))$; $1 \cup (i; I(0)) // i \in B_a$.

Operatory σ_{lcont} , σ_{pcont}^A stanowią bezpośredni zapis kontekstu stosowalności produkcji w postaci n-łuków dochodzących wzgl. wychodzących z atomu $O:a$. Prowadzą one do wytworzenia n-łuków o etykietcie $B\bar{L}$, gdy VN-struktura wejściowa spełnia zadany kontekst. Raz wytworzone n-łuki $B\bar{L}$ pozostają w wyprowadzanych VN-strukturach pod warunkiem rozszerzających produkcji i takie wyprowadze-

nie nie daje WN-struktury końcowej.

c.n.o.

Gdy w zbiorze produkcji występują produkcje nierozszerzające tzn. o pustych prawych WN-strukturach sytuacja nie jest tak jednoznaczna, jak powyżej. W dalszej części pracy spotykać się będziemy z sytuacją stosowania produkcji wymazujących tylko do atomów spójnych z pewną WN-strukturą o atomach zastępowanych przez WN-struktury właściwe. Dlatego wystarczy nam dowieść poniższego twierdzenia.

Twierdzenie 4.1.18

Dla zbioru strukturalnych atomowych produkcji z kontekstem stosowalności będącego podstawą pewnej gramatyki typu aRGS, istnieje gramatyka aRGS nad zbiorem nierozszerzających produkcji generująca ten sam język, jeśli tylko produkcje wymazujące stosowane są do atomów spójnych z przynajmniej jednym atomem WN-struktury wejściowej bezpośredniego wyprowadzenia zastępowanym WN-strukturą niepustą.

Dowód.

Zbiór produkcji z kontekstem dzielimy na podzbiory :

- produkcji rozszerzających $p_a = (0:a, B_a, S)$ z $con_a = \sigma_{lc} \cup \sigma_{pc}$ dla $a \in V_A$;

- produkcji wymazujących $p_b = (0:b, \lambda, \emptyset)$ z con_b .

Zamiast produkcji z pierwszego podzbioru wprowadzamy trzy produkcje: $p_a' = (0:a, 1:a', S_{id})$, $p_a'' = (0:a', 1:a'', S_{con_a} \cup S_{id})$, $p_a''' = (0:a'', B_a, S' \cup S'_{prze})$, dla $a \in V_A$.

Zamiast produkcji z drugiego podzbioru wprowadzamy trzy produkcje $p_b' = (0:b, 1:\bar{b}, S_{id})$, $p_b'' = (0:\bar{b}, 1:\bar{b}, \bar{S}_{con_b})$, $p_b''' = (0:\bar{b}, \lambda, \emptyset)$.

Reguły wstawiania tych produkcji są postaci :

$$S_{con_a}' = \{ l_{B\bar{L}} = (\sigma_{lc}' \cup \sigma_{pc}'(0); 1), r_{B\bar{L}} = (1; I(0)) \},$$

$$S_{id} = \{ l_E = (L_E(0); 1), r_E = (1; R_E(0)) \mid E \in V_E \cup \{B\bar{L}\} \},$$

gdzie σ_{lc}' , σ_{pc}' odpowiadają kontekstowi σ_{lc} , σ_{pc} przy zastąpieniu etykiet z V_A przez $V_A' \cup \bar{V}_A$.

\bar{S}_{con_b} realizuje kontekst con_b przy zastąpieniu etykiet z V_A przez $V_A' \cup \bar{V}_A$.

S''' odpowiada regule wstawiania S z tym, że etykiety z V_A zastąpiono przez etykiety z $V_A' \cup \bar{V}_A$.

$$S'_{prze} = [l_{B\bar{L}} = \{ (L_{B\bar{L}}(0); 1) \cup ((L_{B\bar{L}} \cup R_{B\bar{L}}) \cdot \bar{V}_A \cdot L_{V_E}(0); 1k) \} \cup$$

$\cup r_{B\bar{L}} = \left\{ (1; R_{B\bar{L}}(0)) \cup (1k; (L_{B\bar{L}} \cup R_{B\bar{L}}) \cdot \bar{V}_A \cdot L_{V_E}(0)) \right\}$ gdzie $1, k \in B_{a_A}$.
Ta reguła przenosi n-łuki B \bar{L} zawierające wymazywany atom, na n-łuki zawierające atomy zastępujące atom z sąsiedztwa wymazywanego atomu.

Bezpośrednie wyprowadzenie w wejściowej gramatyce aRGS z produkcjami nierozszerzającymi z kontekstem stosowalności odpowiada sekwencji trzech bezpośrednich wyprowadzeń w aRGS. W pierwszym następuje identyfikacja wymazywanych atomów, w drugim - rozwinięcie w postaci reguł wstawiania kontekstów stosowalności, a w trzecim właściwe wyprowadzenie VN-struktury wynikowej. c.n.o.

4.2 Sekwencyjne elementy składni

Do modelowania transformacji między kolejnymi poziomami topologicznymi reprezentacji obiektów potrzebne są obok gramatyki aRGS dodatkowe elementy składniowe. Ilustracją tych potrzeb jest rysunek 4.2. Z definicji prawe struktury produkcji użytych w bezpośrednim wyprowadzeniu w aRGS są rozłączne, podczas gdy w praktyce pewne elementy topologiczne są wspólne dla różnych elementów wyższego poziomu. Aby zredukować atomy terminalne wyprowadzenia do odpowiedników fizycznie różnych prymitywów opisu niskiego poziomu i podczas wyprowadzenia unikać wielokrotnej reprezentacji tych samych atomów wprowadzam operację sklejenia atomów. Termin ten zapożyczam od Śluzka [ŚLU 80].

Ponieważ nie wszystkie elementy opisu są "widoczne" w obrazie wprowadzam operacje przesłaniania redukujące opis o elementy "przesłanianiane".

4.2.1 Operacje sklejenia

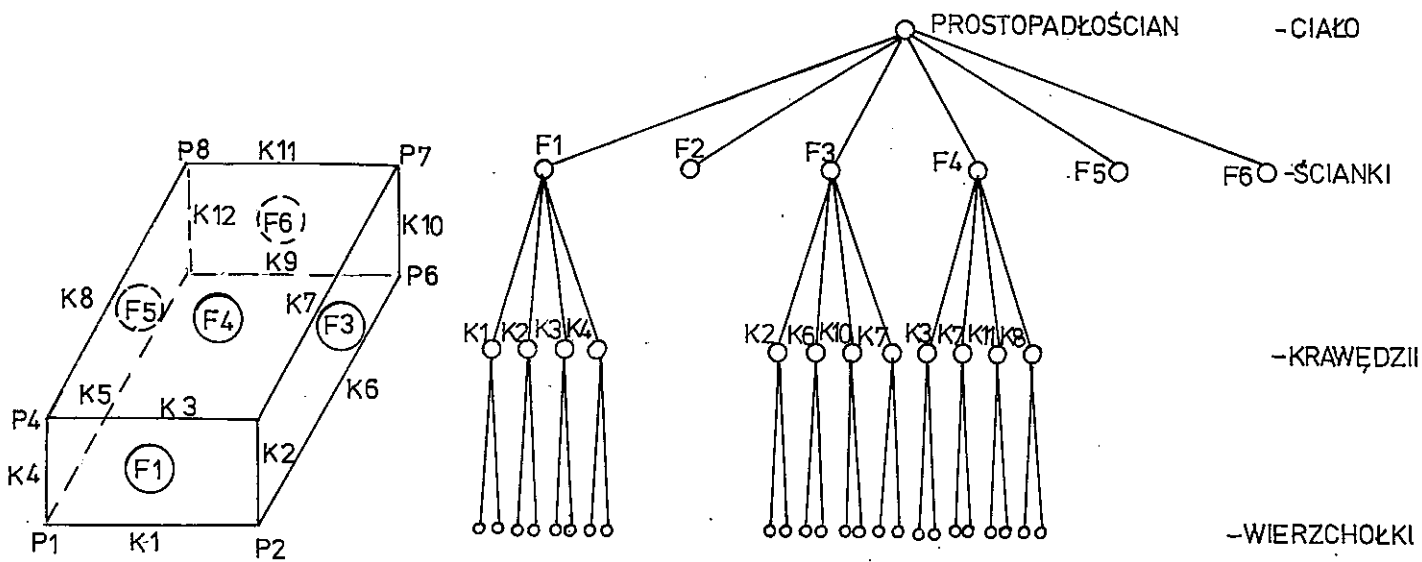
Definicja 4.2.1

Niech $B \in \text{VNSTR}_0$ i $a_1, a_2 \in B_A$ takie, że :

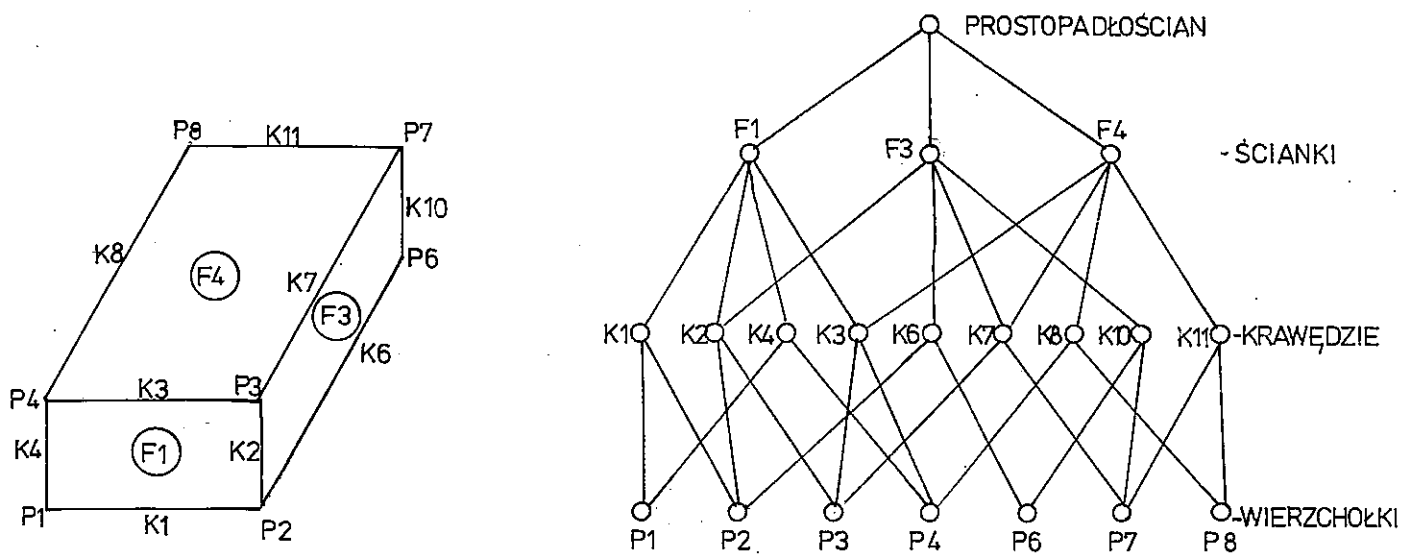
- $m_A(a_1) = m_A(a_2) = A$,
- istnieje łuk $o(a_1, a_2) \in B_E$ i $m_E(o) = \text{IDA}$.

Sklejeniem w B atomów a_1, a_2 ozn. $D = \text{KL}_A/B(a_1, a_2)/$ nazywamy VN-strukturę D określoną następująco :

1. $D_A = B_A - \{a_1, a_2\} \cup a$ i $m_A(a) = A$.
2. D_E składa się z tych n-łuków z B_E , w których atomy a_1, a_2 zastąpiono atomem a ; ewentualnie powstałe wielokrotne, tożsame



RYS. 4.2.



n-łuki zredukowano do jednego reprezentanta i n-łuki między a_1, a_2 usunięto.

Sklejenie $KL_A/B(a_1, a_2)/$ możemy opisać VN-morfizmem $\gamma: B \dashrightarrow D$, spełniającym warunki:

- $\gamma B = D$,
- γ_A ograniczone do $B_A - \{a_1, a_2\}$ jest odwzorowaniem identycznościowym,
- $\gamma_A(a_1) = \gamma_A(a_2) = a$.

Lemat 4.2.2

Niech $B \in \text{VNSTR}_0$ i dane są sklejenia $D1 = KL_A/B(a_1, a_2)/$, $D2 = KL_B/B(b_1, b_2)/$ opisane VN-morfizmami $\gamma1: B \dashrightarrow D1$, $\gamma2: B \dashrightarrow D2$. Wówczas zachodzi z dokładnością do VN-izomorfizmu równość sklejeń $K1 = KL_A/D1(\gamma1_A(b_1), b_2)/$ i $K2 = KL_B/D2(a_1, \gamma2_A(a_2))/$ opisanych VN-morfizmami $\gamma1: D1 \dashrightarrow K1$, $\gamma2: D2 \dashrightarrow K2$.

Dowód przebiega analogicznie do dowodu: [ŚLU 80, Lemat 4.2.2].

Mimo, iż powyższy lemat można uogólnić na sklejenia dowolnej, skończonej liczby atomów ograniczamy się do sklejenia dwóch atomów. Zakładamy, że VN-struktura, w której należy określić operacje sklejenia atomów wyprowadzona została w pewnej aRGS. N-łuki o etykietach z pewnego skończonego zbioru \mathbb{L}^N reprezentować będą tzw. relację sklejącą. Zbiór \mathbb{L}^N zawiera niekońcowe etykiety sklejenia. Relacja sklejącą mówi o tym, że wśród VN-struktur wyprowadzanych z atomów n-łuku o etykietach z \mathbb{L}^N występują atomy spełniające warunki operacji sklejenia atomów.

Zbiór etykiet łuków reprezentujących operacje sklejenia oznaczam przez $\mathbb{ID} = \{ IDA \mid A \in V_A \}$. Elementy tego zbioru nazywam etykietami końcowymi sklejenia.

Łuki o etykietach z \mathbb{ID} powstają w wyprowadzanej VN-strukturze w wyniku przeniesienia w bezpośrednim wyprowadzeniu n-łuków o etykietach z \mathbb{L}^N lub dzięki występowaniu w prawych strukturach zastosowanych produkcji.

Przykład 4.2.3

Etykiety niekońcowe sklejenia : $W\langle st \rangle$ wspólna ścianka trójkątna, $W\langle sp \rangle$ wspólna ścianka prostokątna, $W\langle kl \rangle$ wspólna krawędź linii prostej itp. Etykiety końcowe sklejenia : $ID\langle st \rangle$, $ID\langle sp \rangle$, $ID\langle kl \rangle$, $ID\langle w \rangle$ identyczny wierzchołek itp.

Podczas operacji sklejania atomów dokonujemy przejścia między dwiema WN-strukturami. Zbadam związek tej operacji z wyprowadzeniem w RGS i aRGS.

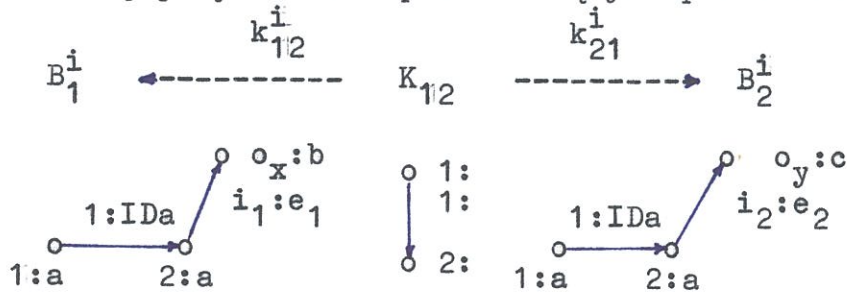
Lemat 4.2.4

Sklejanie atomów jest bezpośrednim wyprowadzeniem w RGS.

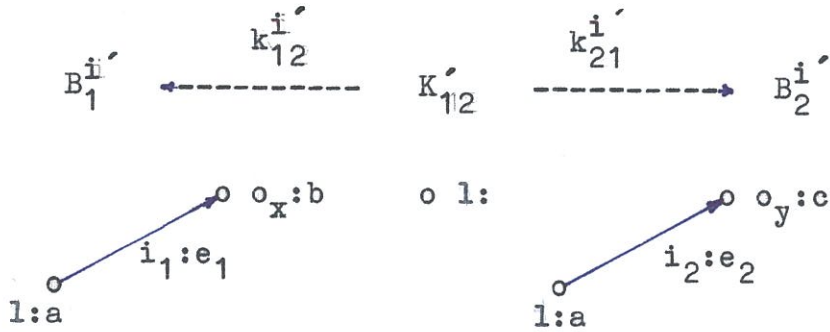
Dowód.

Niech $1:IDa(1:a,2:a)$ będzie łukiem reprezentującym operację sklejania. Na strukturze wejściowej określamy pokrycia trzech rodzajów wraz z odpowiadającymi im pokryciami struktury wynikowej bezpośredniego wyprowadzenia w RGS.

Dla każdej pary n-łuków przechodzących przez sklejany atom $2:a$:



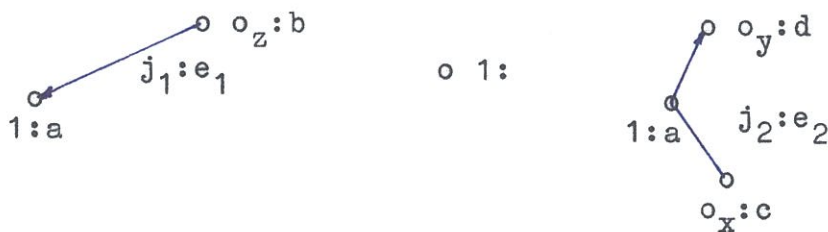
- para pokryć typu A ;



- para odpowiednich pokryć struktury wynikowej.

Dla par n-łuków przechodzących przez atom $1:a$:

- para pokryć typu B



- odpowiadające im pokrycia struktury wynikowej



Pozostała część VN-struktury wejściowej przechodzi tożsamościowo na siebie.

Pokrycia typu A,B i identycznościowe pokrywają całą WN-strukturę wejściową. Wynikowa WN-struktura jest sklejeniem $1:IDA(1:a,2:a)$ wykonanym na WN-strukturze wejściowej. c.n.o.

Pokazaliśmy, że WN-struktura będąca sklejeniem atomów w pewnej WN-strukturze wejściowej może być uważana za bezpośrednio wyprowadzoną w gramatyce RGS z WN-struktury wejściowej. Jest to własność jedynie teoretyczna. Za pomocą skończonego zbioru produkcji w RGS możemy "zasymulować" sklejenie jedynie z dokładnością do WN-izomorfizmu.

Twierdzenie 4.2.5

Sklejenie w WN-strukturze B jest izomorficzne z WN-strukturą wyprowadzoną z B za pomocą odpowiedniego zbioru strukturalnych atomowych produkcji.

Dowód. Niech sklejenie będzie postaci $D = KL_A/B(a_1, a_2)/$ i $m_A(a_1) = m_A(a_2) = A$.

Na wyprowadzenie "symulujące" operację sklejenia atomów składają się dwa bezpośrednie wyprowadzenia.

W pierwszym bezpośrednim wyprowadzeniu stosuje się następujące produkcje :

- do atomów $i:a \in \{B_A - \{a_1, a_2\} - \{\text{atomy spójne z } a_2\}\} \times V_A$
 produkcje typu

$$p_a' := (0:a, 1:a', S_{id}),$$

- do atomów $i:a$ spójnych z a_2 , $a \in V_A$; produkcje typu $p_a'' := (0:a, 1:a'', S_{id})$,

- do atomów a_1, a_2 produkcje typu $\bar{p}_A := (0:A, 1:\bar{A}, S_{id});$
 $S_{id} = \{ r_E = (1; R_E(0)), l_E = (L_E(0); 1) \mid E \in V_E \}$

W drugim bezpośrednim wyprowadzeniu stosuje się produkcje :

- do atomów o etykiecie b' , $b \in V_A$ - $p_b' := (0:b', 1:b, S_{id})$;

- do atomów o etykiecie c'' , $c \in V_A$ - $p_c'' := (0:c'', 1:c, S_{c''})$,

gdzie $S_{c''} = S_{id} \cup \{ r_E = 1; \bar{A}L_{IDA} \bar{A}R_E(0), l_E = (\bar{A}L_{IDA} \bar{A}L_E(0); 1) \mid E \in V_E \}$.

- do atomu $a_2: \bar{A}$ - produkcję wymazującą $p_{\bar{A}} := (0: \bar{A}, \lambda, \emptyset)$;
- do atomu $a_1: \bar{A}$ - $p_{\bar{A}} := (0: \bar{A}, 1: A, S_{\bar{A}})$, gdzie

$$S_{\bar{A}} = S_{id} \cup \left\{ r_E = (1; R_E \bar{A} R_{IDA}(0)), l_E = (L_E \bar{A} R_{IDA}(0); 1) \mid E \in V_E \right\}.$$

c.n.o.

Jeżeli w pewnej VN-strukturze występują warunki wykonania więcej niż jednej operacji sklejenia atomów, to pod warunkiem ich niezależności operacje te możemy wykonać jednocześnie.

Dwie operacje sklejenia atomów $KL_A/B(a_1, a_2)/$, $KL_B/B(a_3, a_4)/$ w $B \in VNSTR_0$ są niezależne $\Leftrightarrow (a_1 \neq a_4) \wedge (a_2 \neq a_3) \wedge (a_2 \neq a_4)$.

Niezależność operacji sklejenia można uogólnić na większą liczbę niż dwie. Dopuszcza się identyczność najwyższej pierwszych atomów sklejeń.

Twierdzenie 4.2.6

Złożenie niezależnych sklejeń w $B \in VNSTR_0$ jest izomorficzne z VN-strukturą wyprowadzoną z B za pomocą odpowiedniego zbioru strukturalnych atomowych produkcji zapewniającego równoległą realizację sklejeń.

Dowód.

Udowodnimy dla dwóch niezależnych operacji sklejenia

$KL_A/B(a_1, a_2)/$, $KL_B/B(a_3, a_4)/$.

W pierwszym bezpośrednim wyprowadzeniu stosuje się produkcje :

- do atomów $i: a \in \{B_A - \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\} \times V_A$ - produkcje typu
 $p_a := (0: a, 1: a', S_{id})$;
- do atomów $a_1: A, a_3: B$ - produkcje $p_{A^S} := (0: A, 1: A^S, S_{id})$ wzgl.
 $p_{B^S} := (0: B, 1: B^S, S_{id})$.
- do atomów $a_2: A, a_4: B$ - produkcje $p_{\bar{A}} := (0: A, 1: \bar{A}, S_{id})$ wzgl.
 $p_{\bar{B}} := (0: B, 1: \bar{B}, S_{id})$.

W drugim bezpośrednim wyprowadzeniu stosuje się produkcje :

- do atomów o etykiecie a' , dla każdego $a \in V_A$ -
 $p_{a'} := (0: a', 1: a, S_{id} \cup S_{sp})$, gdzie
 $S_{sp} = \{ r_E = (1; V_A^S \cdot L_{ID} \cdot V_A \cdot R_E(0)), l_E = (V_A^S \cdot L_{ID} \cdot \bar{V}_A \cdot L_E(0); 1) \mid E \in V_E \}$
przenosi n-łuki spójności z atomami a_2, a_4 na n-łuki spójności z atomami a_1, a_3 ; $L_{ID} = \bigcup_{a \in V_A} L_{IDa}$, $\bar{V}_A = \bigcup_{a \in V_A} \bar{a}$;
- do atomów o etykiecie \bar{A}, \bar{B} - produkcje wymazujące typu
 $p_{\bar{A}} := (0: \bar{A}, \lambda, \emptyset)$ wzgl. $p_{\bar{B}} := (0: \bar{B}, \lambda, \emptyset)$;
- do atomów o etykiecie A^S, B^S - produkcje typu p_A wzgl. p_B
 $p_A := (0: A^S, 1: A, S_{id} \cup S_{spa} \cup S_{spA^S} \cup S_{sp\bar{A}})$, gdzie

$$S_{spa} = \left\{ r_E = (1; V_A^{\vee} R_E \bar{A} R_{IDA}(0)), l_E = (V_A^{\vee} L_E \bar{A} R_{IDA}(0); 1) \mid E \in V_E \right\}$$

komplementarna do reguły S_{sp} w produkcjach typu p_a ;

$$S_{spAs} = \left\{ r_E = (1; V_A^s L_{ID} \bar{V}_A R_E(0)), l_E = (V_A^s L_{ID} \bar{V}_A L_E(0); 1) \mid E \in V_E \right\}$$

przenosi n-łuki spójności atomu a_1 z a_4 wzgl. a_3 z a_2 ;

$$S_{sp\bar{A}} = \left. \left\{ r_E = (1; V_A^s L_{ID} \bar{V}_A R_E \bar{A} R_{IDA}(0)), l_E = (V_A^s L_{ID} \bar{V}_A L_E \bar{A} R_{IDA}(0); 1) \mid E \in V_E \right\} \right\}$$

przenosi n-łuki spójności atomów a_2 z a_4 .

Można łatwo sprawdzić, iż podane dwa bezpośrednie wyprowadzenia realizują złożenie sklejeń z dokładnością do VN-izomorfizmu.

c.n.o.

Definicja 4.2.7

Niech $D \in \text{WNSTR}_0$. Krok sklejenia atomów w D , to każde złożenie wszystkich operacji sklejenia atomów określonych w D .

Mówimy o jednym kroku sklejenia dla zadanej VN-struktury, gdyż każde złożenie wszystkich operacji sklejenia prowadzi do struktury tożsamej z dokładnością do izomorfizmu.

Na podstawie poprzednich twierdzeń wnioskujemy, iż krok sklejenia odpowiada z dokładnością do VN-izomorfizmu strukturze wyprowadzonej za pomocą pewnego zbioru strukturalnych atomowych produkcji. Warunkiem poprawnej "symulacji" kroku sklejenia jest użycie w wyprowadzeniu właściwych produkcji i we właściwej kolejności. Ponieważ zbiory produkcji podane w dowodach twierdzeń 4.2.5 i 4.2.6 nie są jednoznaczne, więc można za ich pomocą wyprowadzić różne VN-struktury, a nie tylko izomorficzne z krokiem sklejenia. Wymaganą jednoznaczność zapewnią nam produkcje z kontekstem stosowalności. Jeżeli VN-struktura wejściowa spełnia pewne założenia, zbiór takich produkcji wyprowadza jedynie VN-struktury izomorficzne z krokiem sklejenia atomów struktury wejściowej.

Twierdzenie 4.2.8

Jeżeli we wszystkich podstrukturach $d \subset D \in \text{WNSTR}_0$ spójnych ze względu na łuki o etykietach końcowych sklejenia istnieje dokładnie jeden atom, do którego nie dochodzi żaden z tych łuków oraz wszystkie operacje sklejenia w D reprezentowane są jednokrotnie, to istnieje zbiór strukturalnych atomowych produkcji z kontekstem stosowalności wyprowadzający z D wyłącznie klasę VN-struktur równoważnych /z dokładnością do izomorfizmu/ krokowi sklejenia atomów w D .

Dowód.

Wyprowadzenie "symulujące" złożenie wszystkich operacji sklejenia określonych w $DeVNSTR_0$ składa się z cyklicznych wyprowadzeń - typu podanego w dowodzie twierdzenia 4.2.6. Każdorazowo wykonuje się te niezależne operacje sklejenia, których pierwszymi atomami są tzw. atomy startowe podstruktur spójnych ze względu na łuki o etykietach końcowych sklejenia.

Wyprowadzenie składa się z następujących bezpośrednich wyprowadzeń

$$0 : D \Rightarrow D^{0(i)}, \quad i:=1.$$

Konteksty stosowalności produkcji określają jednoznacznie, które produkcje mogą być zastosowane do poszczególnych atomów z D_A .

Dla każdego atomu z D_A o etykiecie $a \in V_A$ stosuje się produkcje :

- $p_{a^0} := (0:a, 1:a^0, S_{id})$, $con(p_{a^0}) = L_{IDa} \cup R_{IDa}$ - jeżeli atom nie należy do wyżej określonych podstruktur spójnych.

- $p_{a^{\prime}} := (0:a, 1:a^{\prime}, S_{id})$, $con(p_{a^{\prime}}) = L_{IDa} \cup \overline{R_{IDa}}$ - jeżeli atom jest atomem startowym, czyli nie dochodzą do niego łuki o etykietach końcowych sklejenia.

- $p_{a^{\prime\prime}} := (0:a, 1:a^{\prime\prime}, S_{id})$, $con(p_{a^{\prime\prime}}) = \overline{L_{IDa}}$ - jeżeli atom należy do podstruktury spójnej, ale nie jest startowy.

$$1 : D^{0(i)} \Rightarrow D^1(i)$$

Unikalnie etykietuje się atomy, na których wykonana będzie operacja sklejenia.

Dla atomu o etykiecie a^0 , $a \in V_A$ - czyli leżącego poza podstrukturami spójnymi stosuje się produkcję typu

$$p_{a^1} := (0:a^0, 1:a^1, S_{id}), \quad con(p_{a^1}) = \emptyset.$$

Dla atomów startowych - produkcje typu

$$p_{a^s} := (0:a^{\prime}, 1:a^s, S_{id}), \quad con(p_{a^s}) = \emptyset.$$

Atomy spójne z atomami startowymi przechodzą na atomy drugie sklejenia dzięki produkcjom typu

$$p_{\bar{a}} := (0:a^{\prime\prime}, 1:\bar{a}, S_{id}), \quad con(p_{\bar{a}}) = \overline{a^{\prime}L_{IDa}}$$

Pozostałe atomy z podstruktur spójnych zostają przeetykiotwane dzięki produkcjom typu

$$p_{a^{\prime\prime\prime}} := (0:a^{\prime\prime}, 0:a^{\prime\prime\prime}, S_{id}), \quad con(p_{a^{\prime\prime\prime}}) = a^{\prime}L_{IDa}.$$

$$2 : D^1(i) \Rightarrow D^2(i) \quad \text{lub} \quad D^1(i) \Rightarrow H$$

Następuje tu właściwe sklejenie lub zakończenie cyklu bezpośrednich wyprowadzeń "symulujących" krok sklejenia.

W pierwszym przypadku stosuje się następującego typu produkcje:

- do atomów o etykietach a^1 , $a \in V_A$

$$p_{a^2} := (0:a^1, 1:a^2, S_{id} \cup S_{sp}) , \text{con}(p_{a^2}) = \overline{V_A I} , \text{gdzie}$$

$$S_{sp} = \{ r_E = (1; V_{A ID}^S \bar{V}_A R_E(0)) , l_E = (V_{A ID}^S \bar{V}_A L_E(0); 1) \mid E \in V_E \} -$$

przenosi n-łuki spójności z atomami o etykietach z \bar{V}_A na n-łuki spójności z atomami startowymi.

- do atomów pierwszych sklejeń a^s , $a \in V_A$

$$p_{a^p} := (0:a^s, 1:a^p, S_{id} \cup S_{spa^1} \cup S_{spa^s} \cup S_{sp\bar{a}}) , \text{con}(p_{a^p}) = \emptyset ,$$

$$S_{spa^1} = \{ r_E = 1; V_{A ID}^S \bar{R}_E L_E(0) , l_E = (V_{A ID}^S \bar{R}_E L_E(0); 1) \mid E \in V_E - \{ID\} \} \cup \{ r_E = (1; V_{A ID}^S \bar{R}_E L_E(0)) \mid E \in L^K \} ,$$

$$S_{spa^s} = \{ r_E = (1; V_{A ID}^S \bar{V}_A R_E(0)) , l_E = (V_{A ID}^S \bar{V}_A L_E(0); 1) \mid E \in V_E - \{ID\} \}$$

$$S_{sp\bar{a}} = \{ r_E = (1; V_{A ID}^S \bar{V}_A R_E \bar{R}_{IDa}(0)) , l_E = (V_{A ID}^S \bar{V}_A L_E \bar{R}_{IDa}(0); 1) \mid E \in V_E - \{ID\} \} .$$

- do atomów drugich sklejeń \bar{a} , $a \in V_A$ - produkcje wymazujące
 $p_{\bar{a}} = (0:\bar{a}, \lambda, \emptyset)$, $\text{con}(p_{\bar{a}}) = \emptyset$

- do atomów z podstruktur spójnych, ale nie sklejanych

$$p_{a^{iv}} = (0:a^{iv}, 1:a^{iv}, S_{id} \cup S_{spa^{iv}}) , \text{con}(p_{a^{iv}}) = \emptyset , \text{gdzie}$$

$$S_{spa^{iv}} = \{ r_E = (1; V_{A ID}^S \bar{V}_A R_E(0)) , l_E = (V_{A ID}^S \bar{V}_A L_E(0); 1) \mid E \in V_E \} .$$

W drugim przypadku brak jest warunków dla operacji sklejenia .
 Stosuje się produkcje typu

$$p_a = (0:a^1, 1:a, S_{id}) , \text{con}(p_a) = \overline{V_A I} .$$

$$3 : D^{2(i)} \Rightarrow D^{o(i+1)}$$

Przygotowuje warunki dla następnego wyprowadzenia symulującego sklejenia atomów startowych podstruktur spójnych.

Do atomów o etykiecie a^2 , $a \in V_A$ stosuje się produkcje typu
 $p_{a^2o} := (0:a^2, 1:a^o, S_{id}) , \text{con}(p_{a^2o}) = \emptyset .$

Do atomów o etykiecie a^p , $a \in V_A$ stosuje się produkcje typu
 $p_{a^po} := (0:a^p, 1:a^o, S_{id}) , \text{con}(p_{a^po}) = R_{IDa}$

lub $p_{a^p'} := (0:a^p, 1:a', S_{id}) , \text{con}(p_{a^p'}) = \overline{R_{IDa}}$

Do atomów o etykiecie a^{iv} , $a \in V_A$ stosuje się produkcje typu
 $p_{a^{iv}'} := (0:a^{iv}, 1:a^{iv}, S_{id}) , \text{con}(p_{a^{iv}'}) = \emptyset .$

Zbiór produkcji "symulujących" krok sklejenia ma charakter deterministyczny, tzn. dla każdego atomu każdej WN-struktury wejściowej i WN-struktur pośrednich "symulacji" istnieje w zbiorze tym z dokładnością do izomorfizmu dokładnie jedna produkcja, która może być zastosowana. Wynikiem symulacji jest WN-struktura D' określona w sposób jednoznaczny / z dokładnością do WN-izomorfizmu / dla wejściowej WN-struktury. D' jest złożeniem wszystkich operacji sklejenia zadanych w D . c.n.o.

Podana własność ma duże znaczenie praktyczne. Pozwala na jednorodne ujęcie kroku sklejenia atomów z wyprowadzeniem w aRGS nad zbiorem produkcji z kontekstem stosowalności. Kontekstu tego nie należy mylić z tym samym pojęciem określonym dla gramatyk łańcuchowych. Tutaj jest to tylko dodatkowy warunek stosowalności produkcji, który ma skończony charakter i znika po dokonaniu bezpośredniego wyprowadzenia.

W dalszych rozważaniach potrzebna będzie operacja odwrotna do operacji sklejenia.

Definicja 4.2.9

Niech $B \in \text{WNSTR}_0$, $i \in B_A$. Rozklejeniem stopnia p względem atomu "i" w $B / H = \text{RKL}^p / B(i) /$ nazywamy WN-strukturę H określoną następująco :

- $H_A = B_A - i / \cup \{i_1, \dots, i_p\}$; $i_1, \dots, i_p \notin B_A$.
 $m_A(i) = m_A(i_1) = \dots = m_A(i_p)$.
- H_E składa się z tych n -łuków z B_E , które nie zawierają atomu i , oraz z p zbiorów nowych n -łuków przechodzących przez atomy i_1, \dots, i_p będących kopiami n -łuków zawierających atom i .

Rozklejenie stopnia p jest odwrotnością sklejenia p atomów, z dokładnością do łuków reprezentujących sklejenia i do WN-izomorfizmu tylko wtedy, gdy w WN-strukturze wejściowej sklejenia nie występują n -łuki zawierające więcej niż jeden sklejanym atom jednocześnie oraz, gdy podstruktury złożone z n -łuków zawierających każdorazowo jeden ze sklejanym atomów są WN-izomorficzne i określone na tym samym / z wyjątkiem sklejanym atomów / zbiorze atomów.

W naszych zastosowaniach warunek ten będzie spełniony.

4.2.2 Operacje przesłaniania

Wyróżnimy zbiór etykiet przesłaniania \mathcal{P} złożony z rozłącznych podzbiorów etykiet końcowych i niekończących przesłaniania - \mathcal{P}^K , \mathcal{P}^N .

Określamy funkcję poprawności przesłaniania, która każdej parze etykiet atomów przydziela podzbiór etykiet końcowych przesłaniania : $f\mathcal{P} : V_A \times V_A \rightarrow 2^{\mathcal{P}^K}$.

Definicja 4.2.10

Niech $B \in \text{VNSTR}_0$, $T \in V_E$; $i, j \in B_A$; $m_A(i) = a$, $m_A(j) = b$; $o_t(i, j) \in B_E$, $m_E(o_t) = T$ i $T \in f\mathcal{P}(b, a) \subset \mathcal{P}^K$.

Operacja T-przesłaniania w B atomu o etykiecie a przez atom o etykiecie b nazywamy przejście ze struktury B w strukturę przesłaniania D / oznaczoną $D = \text{HID}_T / B(i:a-j:b) /$ określoną następująco :

$$- D_A = /B_A - \{i\} / \cup \{i_1, \dots, i_L\}, \quad m_A(i_j) = a_j \quad \text{dla } j=1, \dots, L$$

$$L = L(T, b, a), L \geq 0.$$

$$- D_E = /B_E - \{o_t\} - B_{E_i} / \cup B'_{E_i} \cup B'_{E_t}, \quad \text{gdzie}$$

$B_{E_i} \subset B_E - \{o_t\}$ - zbiór n-łuków, w których występuje atom "i" ,

$$B'_{E_i} \subseteq \bigcup_{k=1}^L \{e'_k \mid e \in B_{E_i}, m_E(e) \notin \mathcal{P}^K, \text{ atom "i" zastąpiono przez "i_k"}\},$$

$$B'_{E_t} \subseteq \bigcup_{k=1}^L \{e'_k \mid e \in B_{E_i}, m_E(e) \in \mathcal{P}^K, \text{ atom "i" zastąpiono przez "i_k"}\},$$

$$m_E(e'_k) = \begin{cases} m_E(e), & \text{dla } e'_k \in B'_{E_i} \\ t', & \text{dla } e'_k \in B'_{E_t} \text{ i } t' \in f\mathcal{P}(a, a_k) \text{ dla } e'_k(i_k, i). \end{cases}$$

Związek HID_T między strukturami B, D powyższej definicji oznacza: atom "i:a" rozbijany jest na skończoną liczbę nowych atomów $i_k:a_k$ / $k=1, \dots, L$ / jednoznacznie odpowiadających trójce T, b, a ; n-łuki zawierające atom "i:a" / z wyjątkiem łuku $o_t:T$ / zastąpione zostają w ogólności niepełnymi L kopiami, gdzie w każdej kopii "i" miejsce atomu "i:a" zajmuje atom " $i_k:a_k$ ", / $k=1, \dots, L$ / lub atom zastąpiony jest symbolem pustym.

Związek ten możemy wyrazić poprzez rodzinę N-morfizmów

$$(\Psi_k^T) : B \rightarrow D, \quad k=1, \dots, L.$$

$$\Psi_{kA}^T(o) = \begin{cases} o', & \text{dla } o \in B_A - \{i\} \\ i_k, & \text{dla } o=i \end{cases}, \quad m_A(o') = \begin{cases} m_A(o), & \text{dla } o' \neq i_k \\ a_k, & \text{dla } o' = i_k \end{cases}$$

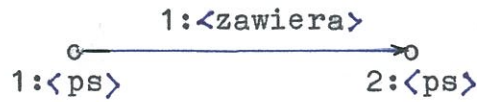
$$\Psi_{kE}^T(e) = \begin{cases} \lambda & , \text{ dla } e = o_t \\ e & , \text{ dla } e \in B_{E_i} - \{o_t\} \\ e \cup \lambda & , \text{ dla } e \in B_{E_i}, e \in B_{E_i} \end{cases} \cdot m_E(e') = \begin{cases} m_E(e), & \text{ dla } e \in B_{E_i} \\ t', & \text{ dla } e = (i_k, i) \\ t \in \mathbb{T}(a, a_k) . \end{cases}$$

Ψ_k^T jest VN-morfizmem tylko wtedy, gdy $m_A(i_k) = m_A(i)$ oraz wszystkie etykiety n-łuków przechodzą na siebie.

Przykład 4.2.11

A. V_A zawiera etykietę $\langle ps \rangle$ /prostokąścian ścięty/; w \mathbb{T}^K występuje etykieta $\langle zawiera \rangle$ / ciało 1 zawiera ciało 2 /.

W strukturze B opisującej obiekt złożony z dwóch ciał, jak na rys. 4.3/a/ występuje łuk przesłaniania

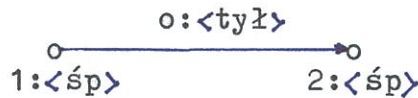


$$D = \text{HID}_{\langle zawiera \rangle} / B(1: \langle ps \rangle - 2: \langle ps \rangle) / , L(\langle zawiera \rangle, \langle ps \rangle, \langle ps \rangle) = 0 .$$

$$D_A = B_A - \{1\} , D_E = B_E - \{n\text{-łuki zawierające atom } 1\} .$$

B. V_A zawiera etykietę $\langle śp \rangle$ /ścianka prostokątna płaska/ , w \mathbb{T}^K występuje etykieta $\langle tył \rangle$ / ścianka 1 przesłania ściankę 2 /.

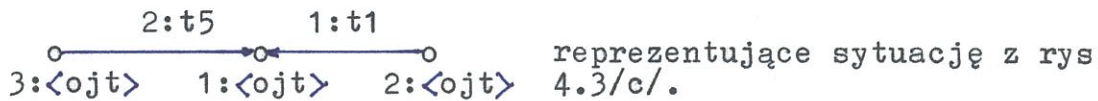
W strukturze opisującej ciało wypukłe, można wśród par ścianek określić relację przesłaniania



Podobnie, jak poprzednio określone są L, D_A, D_E .

C. V_A zawiera etykietę $\langle ojt \rangle$ /obszar jednorodny trójkątny płaski. $f\mathbb{T}(\langle ojt \rangle, \langle ojt \rangle) = \{t_1, \dots, t_1\}$ - zbiór możliwych typów przesłaniania wzajemnego dwóch trójkątnych obszarów jednorodnych płaskich / ilustruje go rys. 4.3/b//.

Niech w strukturze B występują łuki



$$D = \text{HID}_{t_1} / B(1: \langle ojt \rangle - 2: \langle ojt \rangle) / , L(t_1, \langle ojt \rangle, \langle ojt \rangle) = 4 ,$$

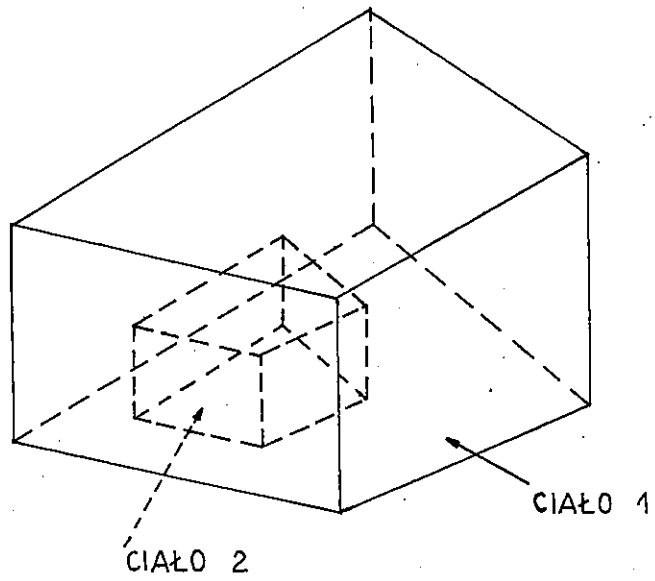
$$D_A = B_A - \{1\} \cup \{o_1, o_2, o_3, o_4\} , m_A(o_i) = \langle ojt \rangle , i=1, \dots, 4 ;$$

Łuk 2:t5 powielany jest tylko raz dając łuk $x_2: t_5(3: \langle ojt \rangle, o_4: \langle ojt \rangle$

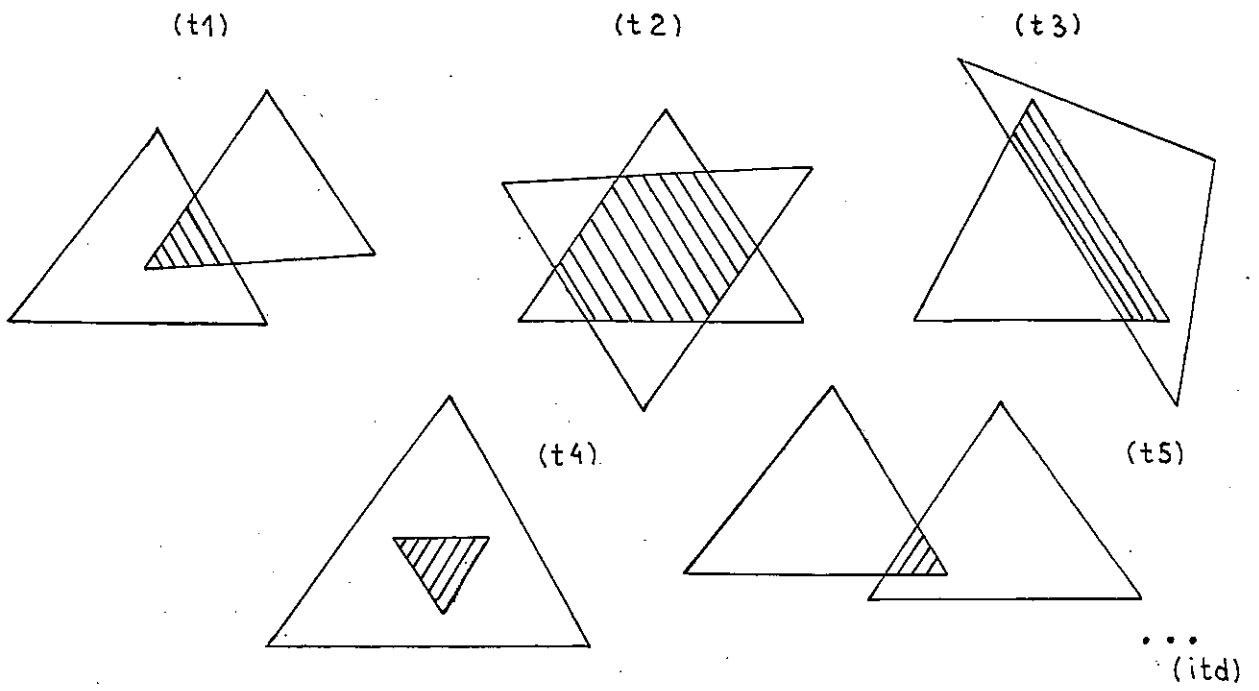
D. V_A zawiera etykiety $\langle ojt \rangle, \langle l \rangle$ /odcinek linii prostej/.

Zbiór możliwych przesłaniań odcinka prostej przez trójkątny obszar jednorodny wyznaczony jest funkcją $L f\mathbb{T}(\langle ojt \rangle, \langle l \rangle)$ /rys. 4.3/d//

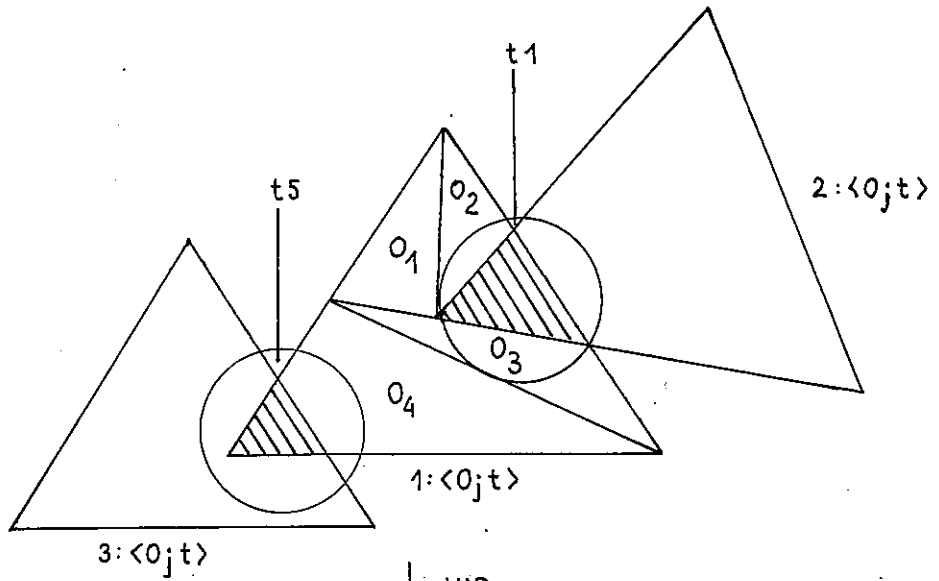




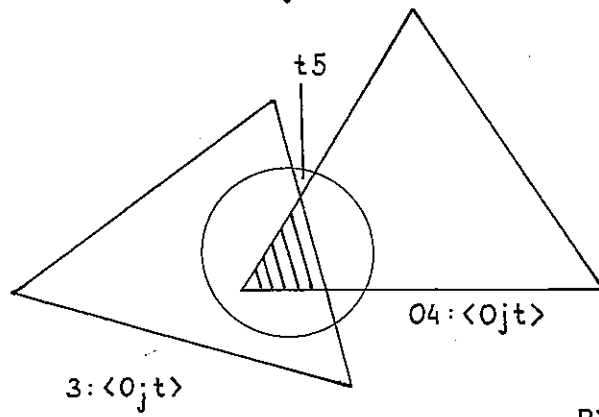
RYS. 4.3.(a)



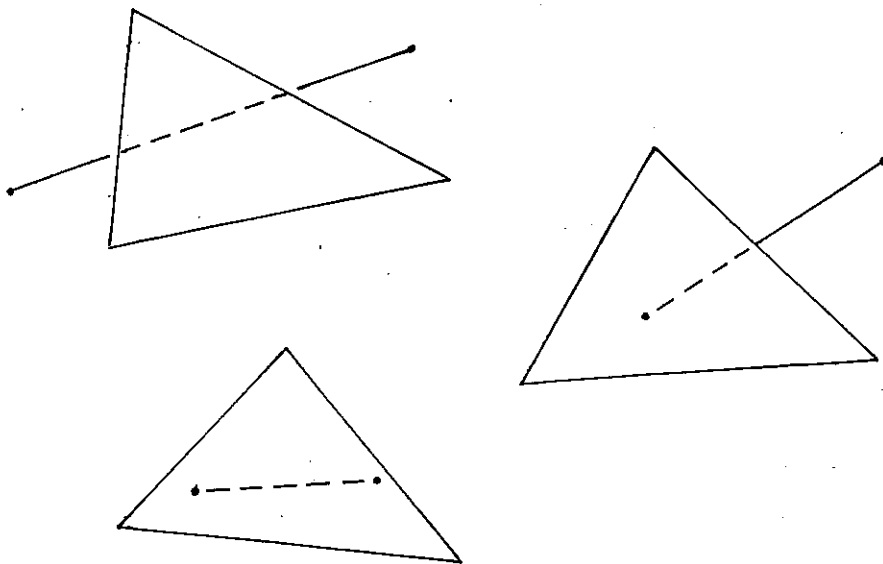
RYS 4.3(b)



\downarrow HID_{t1}



RYS. 4.3(c)



RYS. 4.3(d)

Rozpatrzmy dwa przesłaniania : $D1 = \text{HID}_{t_1}/B(i:a_1-j:b_1)/$,
 $D2 = \text{HID}_{t_2}/B(w:a_2-z:b_2)/$ opisane rodzinami N-morfizmów $\Psi^{t_1}:B \rightarrow D1$,
 $\Psi^{t_2}:B \rightarrow D2$.

Wyróżnimy trzy rodzaje zależności między tymi przesłanianiami.

a. Niech co najwyżej drugie atomy przesłaniań są wspólne, tzn. $j \neq w$, $i \neq w$, $i \neq z$. Warunki wykonania obu operacji przesłaniania nie zależą od siebie nawzajem i możemy mówić o złożeniach tych operacji : $H1 = \text{HID}_{t_2}/D1(\Psi_A^{t_1}(w) - \Psi_A^{t_1}(z)) /$,

$$H2 = \text{HID}_{t_1}/D2(\Psi_A^{t_2}(i) - \Psi_A^{t_2}(j)) /$$

opisanych rodzinami N-morfizmów :

$$\xi_1: B \rightarrow H1, \quad \xi_2: B \rightarrow H2,$$

$$\xi_1 = (\Psi_{k_2}^{t_2} \cdot \Psi_{k_1}^{t_1}), \quad k_1=1, \dots, L_1, \quad k_2=1, \dots, L_2;$$

$$\xi_2 = (\Psi_{k_1}^{t_1} \cdot \Psi_{k_2}^{t_2}), \quad k_1=1, \dots, L_1, \quad k_2=1, \dots, L_2.$$

Złożenia VN-morfizmów $\Psi_{k_1 A}^{t_1} \cdot \Psi_{k_2 A}^{t_2}$ są oczywiście przemienne. Zbiory $H1_A = H2_A = D1_A \cup D2_A$.

Złożenie N-morfizmów $\xi_{1E} \cdot \xi_{2E}$ jest oczywiście przemienne na zbiorze $\{B_E - B_{Eiw}\}$, gdzie B_{Eiw} - zbiór łuków o etykietach z \mathbb{F}^K między atomami pierwszymi sklejeń.

Jeśli $B_{Eiw} = \emptyset$, to łatwo jest skonstruować VN-morfizm z $H1$ w $H2$ będący izomorfizmem.

Takie dwa przesłaniania w B , dla których $B_{Eiw} = \emptyset$ nazywamy niezależnymi. Niezależność możemy uogólnić na dowolną, skończoną liczbę operacji przesłaniania posiadających co najwyżej wspólne drugie atomy i których pierwsze atomy nie posiadają wspólnych łuków o etykietach z \mathbb{F}^K .

b. Niech wykonanie jednej operacji przesłaniania zmienia warunki drugiej operacji. Operacje $D1 = \text{HID}_{t_1}/B(i:a-u:e)/$,
 $D2 = \text{HID}_{t_2}/B(i:a-w:f)/$ posiadają wspólne pierwsze atomy.

Złożenia są postaci:

$$t_2 \circ t_1 : H1 = \bigcirc_{k=1}^{L_1} \text{HID}_{\Psi_{kE}^{t_1}(t_2)} / D1(\Psi_{kA}^{t_1}(i:a) - w:f) /,$$

$$t_1 \circ t_2 : H2 = \bigcirc_{k=1}^{L_2} \text{HID}_{\Psi_{kE}^{t_2}(t_1)} / D2(\Psi_{kA}^{t_2}(i:a) - u:e) /.$$

Znak złożenia "o" może być użyty bez obawy o wieloznaczność, gdy

operacje przesłaniania o etykietach $\Psi_k^{t1}(t2)$, $\Psi_k^{t2}(t1)$, dla $k=1, \dots, L_1$ /wzgl. L_2 / są wzajemnie niezależne.

Z definicji $D1_A = B_A - \{i\} \cup \{i_1, \dots, i_{L_1}\}$, $m_A(i_j) = a_j$, $j=1, \dots, L_1$;
 $D2_A = B_A - \{i\} \cup \{j_1, \dots, j_{L_2}\}$, $m_A(j_i) = b_i$, $i=1, \dots, L_2$.

W wyniku operacji $HID_{t1}/B(i:a-u:e)/$ łuk o etykiecie $t2$ przechodzi na zbiór łuków o etykietach $t_{2,k} = \Psi_{kE}^{t1}(t2)$, $k=1, \dots, L_1$.
 Oznaczmy $L2_k = L(t_{2,k}, a, e)$, $k=1, \dots, L_1$. Wtedy

$$H1_A = B_A - \{i\} \cup \{\lambda, m_{1,1}, \dots, m_{1,L_2}, m_{2,1}, \dots, m_{2,L_2}, \dots, m_{L_1,L_2}, m_{L_1,L_1}\}.$$

Analogicznie w wyniku operacji $HID_{t2}/B(i:a-w:f)/$ łuk o etykiecie $t1$ przechodzi na zbiór łuków o etykietach $t_{1,k} = \Psi_{kE}^{t2}(t1)$, $k=1, \dots, L_2$. Oznaczmy $L1_k = L(t_{1,k}, a, f)$, $k=1, \dots, L_2$. Wtedy

$$H2_A = B_A - \{i\} \cup \{\lambda, n_{1,1}, \dots, n_{1,L_1}, n_{2,1}, \dots, n_{2,L_1}, \dots, n_{L_2,L_1}, n_{L_2,L_2}\}.$$

$H1$ i $H2$ są WN-izomorficzne wtedy, gdy :

- zbiory $H1_A, H2_A$ są równoliczne tzn. $\sum_{k=1}^{L_1} L2_k = \sum_{k=1}^{L_2} L1_k$,

- istnieją odwzorowania ξ_A, ξ_E

$\xi_A: H1_A \rightarrow H2_A$ zachowujące etykiety $m_A(\xi_A(w)) = m_A(w)$, $w \in H1_A$

$\xi_E: H1_E \rightarrow H2_E$, $\xi_E(e(o_1, \dots, o_n)) = e(\xi_A(o_1), \dots, \xi_A(o_n))$ dla $o_1, \dots, o_n \in H1_A$ i $e(o_1, \dots, o_n) \in H1_E$ - zachowujące etykiety $m_E(\xi_E(e)) = m_E(e)$.

ξ_A, ξ_E są oba bijekcją i suriekcją.

Przy spełnieniu powyższych warunków rozpatrywane operacje przesłaniania są przemienne.

c. Niech wreszcie pierwszy atom jednego przesłaniania będzie jednocześnie drugim atomem innego przesłaniania. Weźmy

$$D1 = HID_{t1}/B(i:a-j:b)/, \quad H2 = HID_{t2}/B(l:c-i:a)/.$$

Określmy złożenia :

$t2$ o $t1$: wymaga złożenia operacji $HID \Psi_{kE}^{t1}(t2) / D1(l:c-\Psi_{kA}^{t1}(i:a:))$ dla $k=1, \dots, L_1$.

$t1$ o $t2$: $H2' = HID_{t1}/D2(i:a-j:b)/$.

Pierwsze złożenie wymaga wykonania L_1 operacji przesłaniania posiadających wspólny pierwszy atom, określonych w WN-strukturze $D1$. Sytuacja ta rozpatrywana była poprzednio w pkt. b.

Jeżeli operacje tego typu są przemienne dla każdego podzbioru etykiet $t_1, \dots, t_k \in \mathbb{T}^K$, to bez obawy o wieloznaczność możemy wprowadzić znak złożenia operacji przesłaniania. Wtedy przemienność

operacji przesłaniania zachodzi pod warunkiem, że WN-struktury

$$H1' = \bigcirc_{k=1}^{L1} \text{HID}_{\Psi_{kE}^{t1}(t2)} / D1(1:c - \Psi_{kA}^{t1}(i:a)) /$$

$$H2' = \text{HID}_{t1} / D2(i:a-j:b) /$$

są izomorficzne.

Wymagamy od operacji przesłaniania, żeby były zawsze przemienne. W praktyce konstruując zbiór możliwych operacji przesłaniania musimy zapewnić przemienność operacji dla przypadków a, b, c.

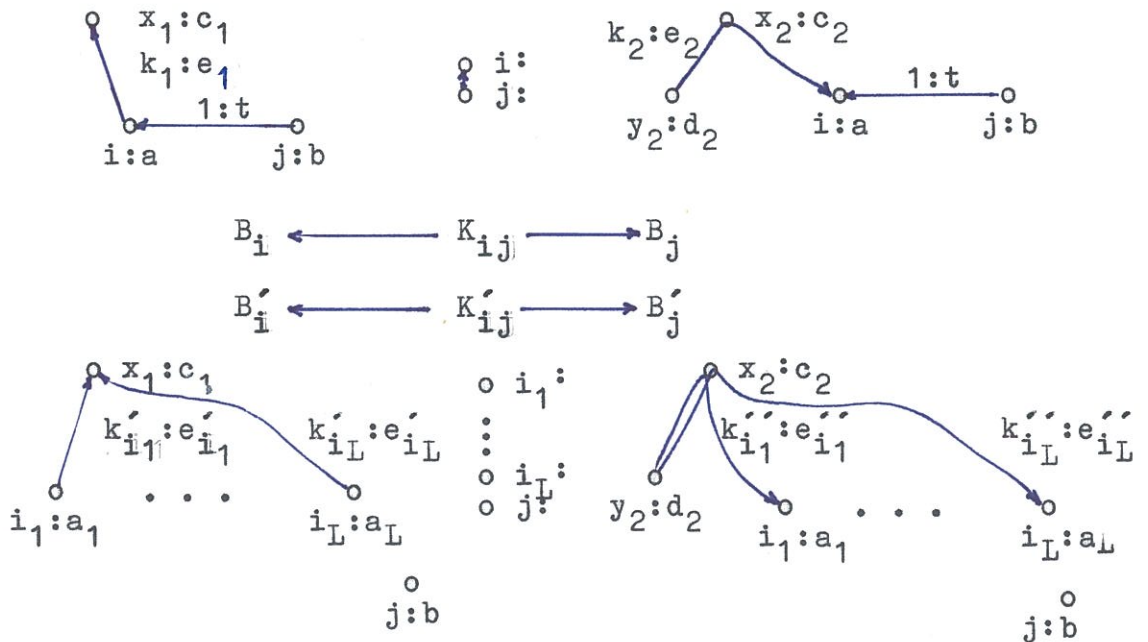
Mówimy, że $D \in \text{WNSTR}_0$ jest regularnie przesłaniana, gdy wszystkie struktury otrzymane w wyniku złożenia wszystkich operacji sklejenia określonych w D są izomorficzne.

Lemat 4.2.12

T-przesłanianie $H = \text{HID}_t / B(i:a-j:b) /$, gdzie i, j - dowolne, stanowi bezpośrednie wyprowadzenie $B \Rightarrow H$ w gramatyce RGS.

Dowód.

Wszystkie atomy za wyjątkiem atomu $i:a$ przechodzą tożsamościowo na siebie. N-łuki z B_E nie zawierające atomu $i:a$ również przechodzą tożsamościowo. Dla pozostałych n-łuków istnieją następujące pokrycia struktur B i H :



Ponieważ zbiór etykiet jest skończony, liczba produkcji potrzebnych do reprezentacji pokryć powyższych typów jest również skończona. Wyprowadzenie $B \Rightarrow H$ realizuje operację t-przesłaniania.

c.n.o.

Z lematu 4.2.12 wynika, że istnieje bezpośrednie wyprowadzenie realizujące w RGS operację przesłaniania z dokładnością do VN-izomorfizmu. Podobne stwierdzenie o istnieniu wyprowadzenia w aRGS realizującego z dokładnością do VN-izomorfizmu operację przesłaniania w ogólności nie jest prawdziwe. Nie możemy bowiem zapewnić, aby pojedynczy n-łuk przechodził zawsze na dokładnie jeden n-łuk lub na element pusty. Wrócimy do tego problemu w następnym punkcie.

Nie wystarcza nam podanie zbioru produkcji realizującego operację przesłaniania "między innymi", lecz potrzebujemy taki zbiór, który pozwala na wyprowadzenia będące wyłącznie realizacjami operacji przesłaniania. Zbiór taki musi być deterministyczny. Dzięki kontekstom stosowalności produkcji można uzyskać determinizm zastępowania atomów VN-struktur. Dla atomu o etykiecie aeV_A istnieje skończony podzbiór klas produkcji różniących się w ramach klasy jedynie postacią reguł wstawiania, z kontekstami stosowalności wykluczającymi możliwość jednoczesnego użycia do danego atomu więcej niż jednej klasy produkcji. Rozszerzenie determinizmu na produkcje w ramach jednej klasy w ogólności jest niemożliwe do uzyskania za pomocą syntaktyki. Powodem jest nieostrość samej definicji przesłaniania, nie dającej konstruktywnych przesłanek dla tworzenia rodzin N-morfizmów $(\Psi_{KE}^t)_{t \in T^K}$. W szczególności chodzi o przeprowadzanie łuków o końcowych etykietach przesłaniania spójnych z pierwszym atomem operacji przesłaniania realizowanej w wyprowadzeniu.

Wreszcie interesuje nas realizacja nie tylko pojedynczych operacji przesłaniania, lecz wszystkich określonych w wejściowej VN-strukturze.

Definicja 4.2.13

Niech $D \in \text{VNSTR}_0$. Krokiem przesłaniania atomów w D nazywamy każde złożenie wszystkich operacji przesłaniania określonych w D / ozn. $\text{HID}(D)$.

Jeżeli D jest regularnie przesłaniana, to każde VN-struktury $H_1 \in \text{HID}(D)$, $H_2 \in \text{HID}(D)$ są izomorficzne.

Realizację kroku przesłaniania rozwiążemy najpierw na gruncie syntaktyki. Sposobem na zdeterminowanie reguł wstawiania użytych

w "symulacji" kroku przesłaniania jest wykorzystanie reguł semantycznych języka. Zanim podam syntaktyczną realizację kroku przesłaniania rozszerzę definicję reguł wstawiania produkcji, nadając im niedeterministyczny charakter.

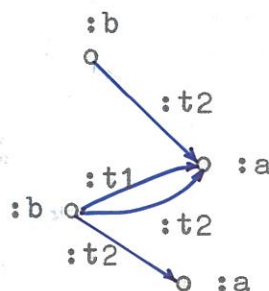
4.3 Wirtualne reguły wstawiania

Tworzenie n-łuków między podstrukturami prawych stron produkcji na podstawie reguł wstawiania tych produkcji, zachodzące podczas bezpośredniego wyprowadzenia w aRGS charakteryzuje się determinizmem i nadmiarowością. Pierwsza własność oznacza, że zastosowane w bezpośrednim wyprowadzeniu produkcje i VN-struktura wejściowa jednoznacznie wyznaczają n-łuki w strukturze wynikowej. Drugie pojęcie wiąże się z tym, że tworzone n-łuki są efektem spełnienia określonych warunków syntaktycznych przez dowolne kombinacje elementów sąsiedztw dla n składników wstawiania. Ponieważ operatory sąsiedztwa rozróżniają atomy z dokładnością do etykiet i klasy równoważności VN-struktury spójności atomu, więc dla pewnych VN-struktur wejściowych w wyprowadzonych VN-strukturach istnieją grupy n-łuków występujących jednocześnie albo nie występujących wogóle. Nie zawsze możemy wyprowadzić strukturę z dokładnością do pojedynczego n-łuku. Przykładowo nie możemy w aRGS zrealizować bezpośredniego wyprowadzenia postaci :



/zaznaczono tylko klasę równoważnych VN-struktur/

Najmniejszą klasą obejmującą zamierzoną klasę VN-struktur wyprowadzalną w aRGS jest :



"Nadmiarowość" generowanych przez reguły wstawiania n-łuków sprawia, iż aRGS jest za mało elastyczna dla modelowania zjawisk, które zależą nie tylko od klasy atomu, ale również od cech odróżniających atomy w ramach klas /np. atrybutów/. Dlatego rozszerzymy pojęcie bezpośredniego wyprowadzenia, umożliwiając rozróżnienie elementów sąsiedztwa atomowego i generację VN-struktur wynikowych z dokładnością do pojedynczych n-łuków.

Definicja 4.3.1

Wirtualnym operatorem jest wyrażenie $W\sigma$, gdzie σ jest dowolny operatorem.

Niech $G \in \text{WNSTR}_0$, $a \in G_A$, σ - dowolny operator.

Jeżeli sąsiedztwo atomowe $\sigma(a)$ jest określone, to wirtualnym sąsiedztwem atomowym $W\sigma(a)$ jest każdy element Z ze zbioru podzbiorów sąsiedztwa $\sigma(a)$ tj. $Z \in 2^{\sigma(a)}$.

Definicja 4.3.2

Niech $G \in \text{WNSTR}_0$, $a \in G_A$, σ - dowolny operator, Z - ciąg atomów.

Wirtualnym składnikiem wstawiania jest wyrażenie postaci

$$r_E = (W\sigma(a); Z) \quad \text{lub} \quad l_E = (Z; W\sigma(a)).$$

Regułę wstawiania nazywamy wirtualną, gdy zawiera przynajmniej jeden wirtualny składnik wstawiania.

Definicja 4.3.3

Wirtualnym bezpośrednim wyprowadzeniem za pomocą zbioru strukturalnych atomowych produkcji /wzgl. z kontekstem stosowalności/ z wirtualnymi regułami wstawiania jest każde bezpośrednie wyprowadzenie za pomocą tych samych produkcji, gdy każdemu stosowanemu wirtualnemu sąsiedztwu nadano dokładnie jedną interpretację.

Wirtualne bezpośrednie wyprowadzenie oznaczam przez \rightarrow .

Dzięki "wirtualności" elementów składniowych zamiast jednej klasy VN-struktur bezpośrednio wyprowadzalnej z zadanej VN-struktury, składniowo poprawne jest wyprowadzenie przeważnie większej liczby klas równoważnych VN-struktur.

Zbiory produkcji i systemy strukturalnych produkcji zawierające produkcje o wirtualnych składnikach wstawiania będą oznaczał poprzez indeks ω , np. P^ω , SP^ω .

Wirtualną aRGS jest system $(SP^\omega, R^S, \rightarrow)$ / ozn. $aRGS^\omega$ /.

Wprowadzenie wirtualności rozszerza klasę języków, ale nie wychodzimy poza klasę języków RGS.

Twierdzenie 4.3.5

Każde wirtualne bezpośrednie wyprowadzenie jest bezpośrednim wyprowadzeniem w RGS.

Dowód.

Różnica pomiędzy bezpośrednimi wyprowadzeniami w aRGS i RGS polega na tym, że dla zadanej VN-struktury wejściowej reguły wstawiania użytych produkcji aRGS jednoznacznie wyznaczają zbiór produkcji RGS odpowiadających temu bezpośredniemu wyprowadzeniu, pod gdy bezpośrednim wyprowadzeniem w RGS może być również każde inne spełniające tylko warunki stopień zastosowanych produkcji. Wprowadzenie wirtualności składników wstawiania oznacza, iż poprawnym jest wyprowadzenie, któremu odpowiada dowolny podzbiór produkcji RGS równoważnych podłożowemu składnikowi wstawiania. Zbliża nas to do bezpośredniego wyprowadzenia w RGS, ale w ogólności nawet dla wyłącznie wirtualnych składników wstawiania nie możemy podać równoważnego zbioru produkcji RGS. Jeśli bowiem w zbiorze produkcji SP^{ω} występują produkcje różniące się tylko składnikami wstawiania, to użycie w bezpośrednim wyprowadzeniu produkcji RGS odpowiadających tym składnikom jednocześnie jest w wirtualnej aRGS niemożliwe ale spełnia warunki bezpośredniego wyprowadzenia w RGS.

c.n.o.

Ponieważ w dowodach twierdzeń 4.1.15 i 4.1.16 nie powoływano się na zasady przenoszenia n-łuków w bezpośrednich wyprowadzeniach, więc jako wnioski z definicji 4.3.3 i powyższych twierdzeń podaję bez dowodu następujące własności:

Wniosek 4.3.6

1. Dla dowolnej wirtualnej aRGS istnieje równoważna synchronizowana wirtualna aRGS.
2. Dla dowolnej wirtualnej aRGS z kontekstem stosowalności istnieje równoważna wirtualna aRGS.

Wracamy teraz do problemu realizacji kroku przesłaniania poprzez wyprowadzenie w wirtualnej aRGS z kontekstem stosowalności.

Twierdzenie 4.3.7

Jeżeli $D \in \text{VNSTR}_0$ nie zawiera nadmiarowych łuków o etykietach z \mathbb{T}^K i takie łuki nie tworzą skierowanych cykli w D , to istnieje zbiór wirtualnych produkcji z kontekstem stosowalności P_{HID} i zachodzi :

1. jeżeli $H \in \text{HID}(D)$, to

$H \in \text{qHID}(D) = \{ H \in \text{VNSTR}_0 \mid W' = (V_A, V_E - \mathbb{T}^K), D \xrightarrow{*} H \}$, gdzie $\xrightarrow{*}$ oznacza wirtualne bezpośrednie wyprowadzenie za pomocą zbioru P_{HID} .

2. istnieje reguła SEM, taka że

$\text{HID}(D) = \{ H \in \text{VNSTR}_0 \mid W' = (V_A, V_E - \mathbb{T}^K), D \xrightarrow{\text{SEM}}^* H \}$, gdzie $\xrightarrow{\text{SEM}}$ oznacza bezpośrednie wyprowadzenie ($\xrightarrow{*}$), w którym wszystkim zastosowanym wirtualnym sąsiedztwom atomowym nadano jedną znaczną wartość zgodnie z regułą SEM.

Dowód.

Oznaczmy unikalne etykiety atomowe przez $\hat{V}_A = \{ \hat{a} \mid a \in V_A \}$, $\hat{V}_A = \{ \hat{a} \mid a \in V_A \}$ itp. oraz $\hat{V}_A \wedge \hat{V}_A = \emptyset$. Realizacja kroku przesłaniania polega na cyklicznym wyborze i realizacji grup niezależnych operacji przesłaniania. Niech "i" - indeks cyklu. Na początek $i := 1$.

Etap 1 : $D = D^{0(i)} \implies D^{1(i)}$.

Następuje przeetykietowanie atomów VN-struktury wejściowej na atomy pierwsze i drugie prawdopodobnych niezależnych operacji przesłaniania i na pozostałe nie uczestniczące w aktualnie realizowanych operacjach.

Atom prawdopodobnie pierwszy powstaje po zastosowaniu produkcji typu : $p_{\hat{a}} := (0:a, 1:\hat{a}; S_{id})$, $\text{con}(p_{\hat{a}}) = \overline{L_{\mathbb{T}^K}} \cdot L_{\mathbb{T}^K}$, tzn. wtedy, gdy dochodzi do niego łuk o etykiecie ze zbioru \mathbb{T}^K z atomu/prawdopodobnie/ drugiego przesłaniania.

Atom prawdopodobnie drugi powstaje po zastosowaniu produkcji typu $p_{\hat{a}} := (0:a, 1:\hat{a}; S_{id})$, $\text{con}(p_{\hat{a}}) = L_{\mathbb{T}^K} \cup \overline{R_{\mathbb{T}^K}}$, tzn. wtedy, gdy nie dochodzi do niego żaden łuk o etykiecie z \mathbb{T}^K i wychodzi przynajmniej jeden taki łuk. Z uwagi na założenie o braku cykli istnieje zawsze przynajmniej jeden atom drugi, jeśli tylko określona jest operacja przesłaniania. Realizacja operacji przesłaniania nie wprowadza takich cykli, lecz co więcej przyczynia się do "rodrabniania" operacji przesłaniania w VN-strukturze.

Atomy nie uczestniczące w aktualnie realizowanych operacjach powstają po zastosowaniu produkcji typu :

$$p_{a'} := (0:a, 1:a'; S_{id}) , \text{con}(p_{a'}) = (\overline{L_{TK}}) \cdot L_{TK} \cup (\overline{L_{TK}} \cap R_{TK}) .$$

Etap 2 : Kontynuuje się przygotowanie niezależnych operacji przesłaniania lub kończy realizację całego kroku. W pierwszym przypadku $D^1(i) \Rightarrow D^2(i)$ - prawdopodobne atomy pierwsze do których dochodzi łuk o etykiecie z \mathbb{T}^K z innego atomu pierwszego są wycofywane do zbioru atomów nie uczestniczących. Zawsze pozostanie przynajmniej jeden atom pierwszy. Do atomów pierwszych stosujemy produkcje typu :

$$p_{\ddot{a}} := (0:\ddot{a}, 1:\ddot{a}; S_{id}) , \text{con}(p_{\ddot{a}}) = \dot{V}_A L_{TK} , \text{ lub}$$

$$p_{\dot{a}'} := (0:\dot{a}, 1:a''; S_{id}) , \text{con}(p_{\dot{a}'}) = \dot{V}_A L_{TK} .$$

Atomy prawdopodobnie drugie dla których po wycofaniu części atomów pierwszych nie pozostałby żaden z nich są również wycofywane.

Do atomów drugich stosujemy produkcje typu :

$$p_{\hat{a}^{\Delta}} := (0:\hat{a}, 1:\hat{a}^{\Delta}; S_{id}) , \text{con}(p_{\hat{a}^{\Delta}}) = (\dot{V}_A L_{TK}) \cdot \dot{V}_A R_{TK} , \text{ lub}$$

$$p_{\dot{a}'}^{\Delta} := (0:\hat{a}, 1:a''; S_{id}) , \text{con}(p_{\dot{a}'}^{\Delta}) = (\dot{V}_A L_{TK}) \dot{V}_A R_{TK} .$$

Atomy nie uczestniczące są przeetykietowywane pod warunkiem, że nie jest to koniec realizacji kroku przesłaniania. Stosujemy do nich produkcje typu :

$$p_{a''} := (0:a', 1:a''; S_{id}) , \text{con}(p_{a''}) = \overline{(\dot{V}_A \cup \hat{V}_A)} I .$$

W przypadku zakończenia cyklu mamy bezpośrednio wyprowadzenie $D^1 i \Rightarrow H_F$, dzięki zastosowaniu produkcji typu

$$p_{af} := (0:a', 1:a''; S_{id}) , \text{con}(p_{af}) = (\dot{V}_A \cup \hat{V}_A) I .$$

Etap 3 i 4 : Kończą przygotowanie niezależnych operacji przesłaniania. Z atomów prawdopodobnie drugich posiadających wspólne atomy pierwsze należy wybrać dokładnie jeden.

W wirtualnym bezpośrednim wyprowadzeniu $D^2(i) \dashrightarrow D^3(i)$ stosujemy produkcje następujących typów :

- do atomów pierwszych o etykiecie \ddot{a} , $a \in V_A$

$$p_{\ddot{a}} := (0:\ddot{a}, 1:\ddot{a}; S_{id} \cup S_1) , \text{gdzie } S_1 = \left\{ l_{act} = (\omega L_{TK}(0); 1) \right\} ,$$

$act \notin V_E .$

- do atomów drugich o etykiecie \hat{a}^{Δ} , $a \in V_A$

$$p_{\hat{a}^{\Delta}} := (0:\hat{a}, 1:\hat{a}^{\Delta}; S_{id} \cup S_2) , \text{gdzie } S_2 = \left\{ r_{act} = (1; R_{TK}(0)) \right\} .$$

Reguła semantyczna nadaje każdemu sąsiedztwu $\omega L_{TK}(0)$ wartość równą jednoelementowemu podzbirowi sąsiedztw $L_{TK}(0)$. Tym samym łuki o etykiecie "act" dublują te łuki o etykiecie z \mathbb{T}^K , które reprezentują operacje przesłaniania realizowane w bieżącym cyklu

- pozostałe atomy zostają przeetykietowane, dla a'' , $a \in V_A$

$$p_{a''} := (0:a'', 1:a''; S_{id}) .$$

W następnym bezpośrednim wyprowadzeniu $D^{3(i)} \implies D^{4(i)}$ atomy drugie, z których nie wychodzi łuk o etykiecie "act" są wycofywane do zbioru atomów nie uczestniczących. Stosujemy produkcje następujących typów :

- do atomów drugich o etykiecie \hat{a} , $a \in V_A$

$$p_{\bar{a}} := (0:\hat{a}, 1:\bar{a}, S_{id}) , \text{con}(p_a) = \frac{R_A}{R_{act}} .$$

$$p_{a^v} := (0:\hat{a}, 1:a^{iv}, S_{id}) , \text{con}(p_a) = R_{act} .$$

- do atomów pierwszych i pozostałych stosujemy odpowiednio

$$p_{a^p} := (0:\hat{a}, 1:a^p, S_{id}) ,$$

$$p_a := (0:a''''', 1:a^{iv}, S_{id}) .$$

Etap 5 : Realizacja niezależnych operacji przesłaniania w wirtualnym bezpośrednim wyprowadzeniu $D^{4(i)} \dashrightarrow D^{0(i+1)}$.

Do atomów nie uczestniczących o etykiecie a^{iv} , $a \in V_A$ stosujemy

$$p_{ac} := (0:a^{iv}, 1:a, S_{id} \cup S_{idt} \cup S_p) , \text{gdzie}$$

$$S_{id} = \{ r_E = (1; R_E(0)), l_E = (L_E(0); 1) \mid E \in V_E - \mathbb{F}^K \} ,$$

$$S_{idt} = \{ r_T = (1; (V_A^{iv} \cup \bar{V}_A) R_T(0)), l_T = ((V_A^{iv} \cup \bar{V}_A) L_T(0); 1) \mid T \in \mathbb{F}^K \} ,$$

$$S_p = \bigcup_{a \in V_A} \{ r_t = (1; a^p R_T(0)), l_s = (a^p L_T(0); 1) \mid t, s \in \mathbb{F}^K, T \in \mathbb{F}^K \}$$

S_p określa na łuki o jakich etykietach $t, s \in \mathbb{F}^K$ może potencjalnie przejść łuk o etykiecie T zawarty między atomami a^{iv}, a^p wzgl. a^p, a^{iv} .

Do atomów pierwszych o etykiecie a^p , $a \in V_A$ stosujemy produkcję typu :

$$p_{a1} := (0:a^p, (1:a_1, \dots, L:a_L), S_{Lid} \cup S_c) , \text{gdzie}$$

$$S_{Lid} = \left\{ r_E = (i; \omega R_E(0)), l_E = (\omega L_E(0); i) \mid i=1, \dots, L; E \in V_E - \mathbb{F}^K \right\} .$$

S_{Lid} tworzy wraz ze składnikami typu S_{id} produkcji typu p_{ac} - L niepełnych kopii n -łuków przechodzących przez pierwszy atom przesłaniania. Niepełność wyznaczona jest regułą SEM, która każdemu wirtualnemu sąsiedztwu atomowemu nadaje wartość będącą podzbiorem podłożowego sąsiedztwa atomowego.

$$S_c = \bigcup_{a \in V_A} \left\{ r_s = (i; \omega(a^{iv} \bar{a}) R_T(0)), l_t = (\omega a^{iv} L_T(0); i) \mid t, s \in \mathbb{F}^K, T \in \mathbb{F}^K \right\} .$$

S_c wraz z odpowiednimi składnikami S_p w produkcjach typu p_{ac} realizuje rodzinę N -morfizmów przenoszącą łuki o etykietach z \mathbb{F}^K przechodzące przez pierwszy atom przesłaniania.

Reguła SEM nadaje wirtualnym składnikom taką wartość, aby każdy łuk o etykiecie z \mathbb{F}^K przechodził najwyżej na jeden łuk o

etykiecie s, t . Oznacza to, że jeśli atom o oznaczeniu "o" należy do sąsiedztwa $(\mathcal{W}(a^{iV} \bar{a})R_T(0))$ w składniku r_s , to dla wszystkich pozostałych wirtualnych sąsiedztw $(\mathcal{W}(a^{iV} \bar{a})R_T(0))$ nie zawierają one atomu "o".

Do atomów drugich o etykiecie \bar{a} , $a \in V_A$ stosujemy produkcję typu

$p_a := (0:\bar{a}, 1:a, S_{id} \cup S_{idt})$, gdzie

$$S_{id} = \{ r_E = (1; R_E(0)), l_E = (L_E(0); 1) \mid E \in V_E - F^K \},$$

$$S_{idt} = \{ r_T = (1; V_A^{iV} R_T(0)), l_T = (V_A^{iV} L_T(0); 1) \mid T \in F^K \}.$$

Podany cykl bezpośrednich wyprowadzeń realizuje krok przesłaniania z dokładnością do WN-izomorfizmu tylko wtedy, gdy dana jest reguła SEM. Nadaje ona wartość wirtualnym sąsiedztwom w dwóch przypadkach :

- dla wyboru jednej operacji przesłaniania ze zbioru zależnych operacji - o wyborze decyduje np. relacja oznaczeń atomów drugich przesłaniania "mniejszy" co jest niereprezentowalne na gruncie zasad składniowych. Jednocześnie ilustruje to potrzebę posługiwania się oznaczeniami atomów a nie tylko klasami równoważności danymi przez etykiety atomowe.
- dla jednokrotnego przeniesienia n -łuków spójnych z realizowanymi przesłanianiami.

Jeżeli brak reguły SEM, to podany cykl realizuje m.in. krok przesłaniania, ale w ogólności wyprowadza znacznie szerszą klasę WN-struktur.

c.n.o.

Zauważmy, że poprzez odpowiednie rozszerzenie reguły SEM można opuścić warunek ograniczający stosowalność podanego cyklu realizującego krok przesłaniania do pewnej klasy WN-struktur wejściowych. Reguła ta mogłaby rozstrzygać przy kolizyjności atomów pierwszych przesłaniania. W praktyce szersza klasa WN-struktur wejściowych kroku przesłaniania nie będzie wymagana.

4.4 Klasa języków opisu obiektów

Realizacja kroków sklejenia i quasi-przesłaniania wyznacza specyficzną klasę wyprowadzeń w wirtualnej aRGS. Zdefiniuję gramatykę wyprowadzającą WN-struktury z wykorzystaniem produkcji \mathbb{P}_{KL} i \mathbb{P}_{HID} . Dalsze ograniczenia syntaktyczne pozwolą na restrykcyjną definicję klasy języków opisu obiektów.

4.4.1 aRGS $^{\omega}$ ze sklejeniem i przesłanianiem

Definicja 4.4.1

System $\langle SP, \mathbb{P}_{KL}, \mathbb{P}_{HID}, R^{st}, \overset{KL}{HID} \rangle$ nazywam gramatyką aRGS $^{\omega}$ ze sklejeniem i przesłanianiem /ozn. aRGS $^{\omega}_{KL, HID}$ /, gdy :

- $SP = (V^N, V^T, P^{\omega}, V^S)$ - system strukturalnych atomowych produkcji nad zbiorem kanonicznym rozszerzających wirtualnych strukturalnych atomowych produkcji ;
- \mathbb{P}_{KL} - skończony zbiór produkcji z kontekstem stosowalności realizujący kroki sklejenia dla $LD \subset V^N$;
- \mathbb{P}_{HID} - skończony zbiór wirtualnych produkcji z kontekstem stosowalności realizujący quasi-przesłanianie dla $F^K \subset V^N$;
- $R^{st} = (R^{si})_{i \in St}$ - rodzina minimalnych WN-struktur początkowych nad jednym zbiorem atomów - $m_A(R_A^{si}) = V_A^S$ dla $i \in St$; St -skończony zbiór indeksowy;
- $\overset{KL}{HID}$ - wyprowadzenie będące postaci -
 - a. bezpośredniego wyprowadzenia \dashrightarrow za pomocą zbioru P^{ω} , lub
 - b. kroku sklejenia KL za pomocą zbioru \mathbb{P}_{KL} , lub
 - c. kroku quasi-przesłaniania qHID za pomocą zbioru \mathbb{P}_{HID} .

Jak zawsze przez język generowany w gramatyce G typu aRGS $^{\omega}_{KL, HID}$ rozumiem zbiór struktur końcowych :

$$L(G) = \left\{ H \in V^T NSTR_0 \mid \exists R^{si} \subset R^{st} (\overset{KL}{HID})^* H \right\} .$$

Lemat 4.4.2

Dla każdej gramatyki aRGS $^{\omega}_{KL, HID}$ istnieje równoważna gramatyka aRGS $^{\omega}$.

Dowód.

Należy zapewnić, aby każdemu wyprowadzeniu w $aRGS_{KL,HID}^{\omega}$ zawierającemu kroki sklejenie lub quasi-przesłaniania odpowiadał zawsze i wyłącznie wtedy cykl bezpośrednich wyprowadzeń typu \implies wzgl. \dashrightarrow w $aRGS^{\omega}$. Zbiór produkcji odpowiedniej $aRGS^{\omega}$ otrzymujemy w następujący sposób:

- wszystkie produkcje ze zbioru P^{ω} gramatyki wejściowej wchodzi w skład zbioru produkcji gramatyki wynikowej a te z nich, które wyprowadzają VN-struktury uczestniczące w krokach sklejenia wzgl. quasi-przesłaniania wyznaczają dodatkowe dwa zbiory otrzymane po zastąpieniu etykiet atomów prawych stron przez odpowiednie unikalne etykiety ze zbiorów np. oznaczonych \hat{V}_A , \hat{V}_A .
- wszystkie produkcje ze zbiorów P_{KL} , P_{HID} wchodzi w skład zbioru produkcji wynikowej gramatyki z wyjątkiem tych, które wykorzystywane są w pierwszych bezpośrednich wyprowadzeniach obu realizacji KL i qHID. Zamiast nich tworzymy produkcje z kontekstem o atomach lewych stron przeetykietowanych odpowiednio ze zbiorów \hat{V}_A wzgl. \hat{V}_A i kontekście zezwalającym na ich stosowanie tylko wtedy, gdy cała VN-struktura wejściowa posiada atomy etykietowane ze zbiorów \hat{V}_A wzgl. \hat{V}_A .

Łatwo widzieć, że tak utworzony zbiór produkcji wraz z pozostałymi elementami gramatyki $aRGS^{\omega}$ danymi bezpośrednio w gramatyce $aRGS_{KL,HID}^{\omega}$ generuje ten sam język co gramatyka wejściowa.

c.n.o.

Każda gramatyka $aRGS^{\omega}$ nad rozszerzającym zbiorem produkcji generuje język rozstrzygalny tzn. problem przynależności zadanej VN-struktury do języka jest w ogólności rozstrzygalny. Wynika to z faktu, że dzięki monotoniczności liczby atomów wyprowadzanych VN-struktur w skończonej liczbie kroków możemy stwierdzić czy wyprowadzimy zadaną strukturę. Tym samym istnieje odpowiedni skończony algorytm analizy składniowej.

W gramatyce $aRGS_{KL,HID}^{\omega}$ występują produkcje wymazujące. Jeżeli jednak ograniczymy występowanie kroków sklejenia wzgl. quasi-przesłaniania w wyprowadzeniach do skończonej ich liczby, to problem przynależności VN-struktury do zbioru VN-struktur wyprowadzanych w takiej klasie gramatyk będzie rozstrzygalny.

Zapewnienie monotoniczności wyprowadzanych VN-struktur ze względu

na liczbę atomów w praktyce nie wystarczy. Liczba wchodzących w grę wyprowadzeń jest już dla zbioru atomów o przeciętnej mocy wystarczająco duża, aby analiza syntaktyczna wymagała olbrzymich obliczeń. Dlatego języki opisu obiektów generowane będą przez klasę gramatyk dostatecznie ograniczoną w stosunku do klasy $\text{aRGS}_{\text{KL,HID}}^{\omega}$.

Definicja 4.4.3

Gramatykę \mathcal{J} typu $\text{aRGS}_{\text{KL,HID}}^{\omega}$ nazywam W-hierarchiczną \Leftrightarrow

gdy :

- $\text{SP} = \bigcup_{I=0}^{W-1} \text{SP}(I)$; $\text{SP}(I) = (V^N(I), V^T(I), P(I), V^S(I))$,
 $V^S(I) = V^T(I+1)$ dla $I=0, \dots, W-2$.

Znak \bigcup oznacza, że dla $\text{SP} = (V^N, V^T, P, V^S)$ zachodzi

$$V^N = \bigcup_{I=1}^{W-1} \{V^N(I) \cup V^T(I) \cup V^N(0)\}; \quad V^T = V^T(0);$$

$$V^S = V^S(W-1); \quad P = \bigcup_{I=0}^{W-1} P(I).$$

- $P_{\text{KL}} = \bigcup_{I=0}^{W-1} P_{\text{KL}}(I)$, $ID(I) \subset V^N(I)$.

- $P_{\text{HID}} = \bigcup_{I=0}^{W-1} P_{\text{HID}}(I)$, $P^K(I) \subset V^N(I)$.

- R^{st} - rodzina WN-struktur nad zbiorem atomów o etykietach z V^S oraz wyprowadzenia spełniają warunki :

1. dla każdego $I=0, \dots, W-1$ kroki KL wzgl. qHID występują dokładnie raz, gdy $P_{\text{KL}}(I) \neq \emptyset$ wzgl. $P_{\text{HID}}(I) \neq \emptyset$ lub nie występują, gdy $P_{\text{KL}}(I) = \emptyset$ wzgl. $P_{\text{HID}}(I) = \emptyset$.
2. w każdym bezpośrednim wyprowadzeniu użyte są produkcje z dokładnie jednego podzbioru $P(I)$, dla $I=0, \dots, W-1$.

Z powyższego wynika, że język generowany przez gramatykę \mathcal{J} to zbiór WN-struktur :

$$L(\mathcal{J}) = \left\{ H \in V^T(0) \text{NSTR}_0 \mid \exists R^{\text{si}} \subset R^{\text{st}}, R^{\text{si}} \stackrel{\text{KL}}{\underset{\text{HID}}{\triangleright}} (W-1)^{\times} \dots \dots \stackrel{\text{KL}}{\underset{\text{HID}}{\triangleright}} (0)^{\times} H \right\} .$$

Liczba kroków KL i qHID jest dla każdego wyprowadzenia WN-struktur języka $L(\mathcal{J})$ jednoznacznie określona, zaś rekurencyjne stoso-

wanie produkcji z \mathbb{P}^ω możliwe jest tylko w ramach poziomów W-hierarchii.

4.4.2 Restrykcje syntaktyki

W-hierarchiczność gramatyki \mathcal{J} jest odbiciem istnienia poziomów topologicznych w systemie rozpoznawania obiektów. Rozpatrując zależności zachodzące między elementami rzeczywistych struktur 3-wymiarowych, wnioskujemy o możliwych ograniczeniach gramatyk typu $\text{aRGS}_{\text{KL,HID}}^\omega$.

Restrykcja SYN 1

$$1/ \quad V_E^S = V_e \cup V_{\bar{e}} \quad , \quad V_{\bar{e}} = \{ \bar{E} \mid E \in V_e \} .$$

Zbiór etykiet n-łuków struktur początkowych składa się z dwóch podzbiorów o charakterze komplementarnym. Każda etykieta "E" posiada dokładnie jedną uzupełniającą etykietę " \bar{E} " w drugim podzbiorze.

Znaczeniem n-łuków o etykietach z $V_{\bar{e}}$ jest "brak własności" reprezentowanych n-łukami o komplementarnych etykietach z V_e .

$$2/ \quad R_E^{Si} = R_E^{Sj} \quad \text{dla } i \neq j, \quad i, j \in St ;$$

$$\overline{\overline{R^S}} \subseteq \overline{\overline{R_E^S}} = \overline{St} ,$$

$$R_E^{Si} = R_e^S i \cup R_{\bar{e}}^S i \quad , \quad \text{gdzie } m_e(R_e^S i) \subseteq V_e \quad , \quad m_{\bar{e}}(R_{\bar{e}}^S i) \subseteq V_{\bar{e}} \quad , \quad \text{dla } i \in St$$

$$m_E(o) = e \cup \bar{e} \quad \text{dla } o \in R_E^S \quad , \quad e \in V_e \quad \text{i "e" jest jednoznacznie określona dla każdego "o".}$$

Rodzina R^S składa się z N-izomorficznych WN-struktur, różniących się jedynie etykietowaniem n-łuków. Każdy n-łuk posiada etykietę ze zbioru V_e lub komplementarną ze zbioru $V_{\bar{e}}$.

Druga restrykcja dotyczy postaci wyprowadzeń w ramach jednego poziomu W-hierarchii.

Na wyższych poziomach topologicznych zwykle nie występują algorytmy eliminacji niewidocznych elementów. Dotyczą one poziomów lini, powierzchni a wyjątkowo punktów / przy sprzętowej realizacji problemu eliminacji/. Z kolei na wyższych poziomach topologicznych powinien być możliwy rekurencyjny opis składania atomów wyższego poziomu z "drobniejszych" atomów poziomu bezpośrednio niższego. Ta rekurencyjność nie jest wymagana poniżej poziomu

objętości, gdzie atomy składane są ze stałej liczby atomów niższego poziomu. Rekurencyjność opisu i zagadnienie przesłaniania dzielią poziomy W-hierarchii na dwa rodzaje: α , β .

Algorytmy eliminacji niewidocznych elementów skonstruowane są dla elementów o uproszczonej konstrukcji np. odcinki prostej, płaskie ścianki trójkątne lub czworokątne. Elementy złożone, jak np. krzywe trzeciego, czwartego stopnia, zakrzywione ścianki muszą być najpierw aproksymowane do zbioru elementów prostszych, zanim rozwiązany zostanie dla nich problem przesłaniania. Ze względu na stosunek do problemu przesłaniania mówimy o atomach podstawowych wzgl. pochodnych poziomu. α_0 jest podtypem poziomu α , gdy wszystkie atomy tego poziomu są podstawowe.

Restrykcja SYN 2

Poziomy W-hierarchii są typu α lub β .

Typ α charakteryzuje się klasą wyprowadzeń między strukturą końcową poziomu I+1 a strukturą końcową poziomu I w postaci :

$$G^{I+1} (\dashrightarrow(I) \cup KL(I) \cup (\Rightarrow(I))^* \cup qHID(I)) G^I, \text{ gdzie } G^I - \text{ struktura końcowa poziomu I, dla } I=0, \dots, W-1.$$

Gdy wszystkie etykiety atomów $V_A(I)$ reprezentują atomy podstawowe mówimy o podtypie α_0 charakteryzującym się klasą wyprowadzeń w postaci :

$$G^{I+1} (\dashrightarrow(I) \cup KL(I) \cup qHID(I)) G^I,$$

a więc pozbawionych rekurencyjności aproksymacji atomów pochodnych.

Typ β charakteryzuje się klasą wyprowadzeń w postaci :

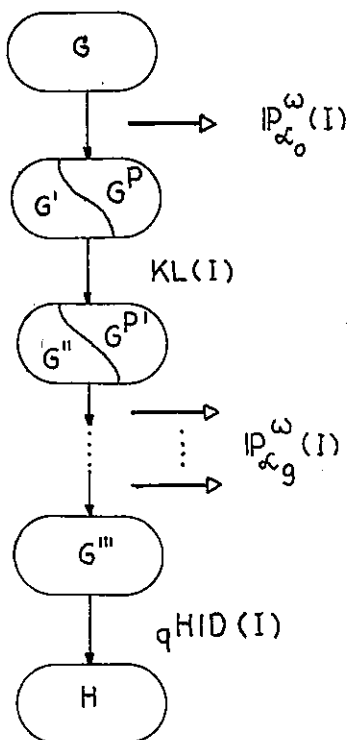
$$G^{I+1} (\dashrightarrow(I) \cup KL(I) \cup (\Rightarrow(I))^+) G^I, \text{ dla } I=0, \dots, W-1.$$

Zauważmy, że rekurencja wyprowadzeń \Rightarrow nie może być zerowa. W przeciwnym wypadku mielibyśmy szczególny przypadek poziomu α_0 dla którego $P_{HID}(I) = \emptyset$.

Ilustracją wyprowadzeń typu α i β jest rys. 4.4.

Dalsze ograniczenia dotyczą zbiorów produkcji $P_{\alpha}^w(I)$ i $P_{\beta}^w(I)$, uczestniczących w wyprowadzeniach poziomów typu α , β .

Poziom I
typu α



$$G \in V^T N(I+1) STR_0$$

$$G' \in VN(I) STR_0$$

$$m_A(G_A') \subset V^T(I)$$

$$G^P \in VN(I) STR_0$$

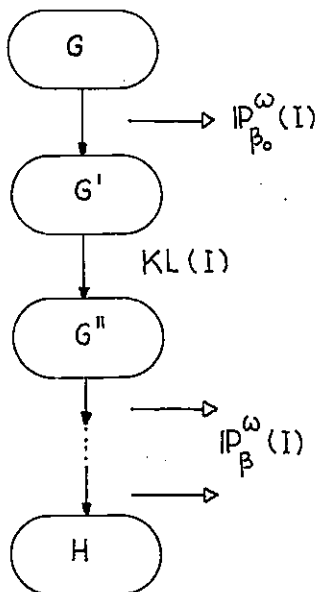
$$m_A(G_A^P) \subset V_A^P(I)$$

$$G''' \in VN(I) STR_{0,T}$$

$$m_A(G_A''') \subset V_A^T(I)$$

$$H \in V^T N(I) STR_0$$

Poziom I
typu β



$$G \in V^T N(I+1) STR_0$$

$$H \in V^T N(I) STR_0$$

4.4.3 Produkcje $P_{\alpha}^{\omega}(I)$

Rozpatrzmy najpierw podzbiór $P_{\alpha_0}^{\omega}(I)$ zapewniający wirtualne bezpośrednie wyprowadzenie rozpoczynające wyprowadzanie na poziomie typu α . Dla poziomu α_0 nie zawierającego atomów pochodnych podzbiór ten jest całym zbiorem $P_{\alpha}^{\omega}(I)$.

Restrykcja $\alpha 1$

- 1/ Dla każdej produkcji $p \in P_{\alpha_0}^{\omega}(I)$ kontekst stosowalności $\text{con}(p)$ umożliwia zastosowanie tej produkcji tylko do WN-struktury końcowej poziomu $I+1$.
- 2/ Zbiór $P_{\alpha_0}^{\omega}(I)$ jest jednoznaczny.
- 3/ $P_{\alpha_0}^{\omega}(I) = \bigcup_{a \in V_A^T(I+1)} P_a^{\omega}$; Atom lewej strony produkcji z P_a^{ω} posiada etykietę "a".

Druga restrykcja dotyczy podzbiorów produkcji P_a^{ω} .

Restrykcja $\alpha 2$

- 1/ WN-struktury prawych stron produkcji z P_a^{ω} tworzą zbiór $B_a = \{(J_a \cup F_{a,1}), \dots, (J_a \cup F_{a,l})\}$, gdzie l - liczba tzw. dominantów atomu o etykietcie "a"
Wspólna część elementów zbioru B_a nazywa się reprezentantem atomu o etykietcie "a" - J_a - i zachodzi: $m_A(J_a) \subseteq V_A(I)$, $m_E(J_a) \subseteq V_E(I) - \text{ID}(I) - \mathbb{P}^K(I)$.
VN-struktury $F_{a,i}$, $i=1, \dots, l$; są strukturami położenia atomu o etykietcie "a" i zachodzi: $F_{a,iA} = J_{aA}$, $m_E(F_{a,i}) \subseteq \text{ID}(I) \cup \mathbb{P}^K(I)$.
- 2/ Zbiorowi \underline{P}_a^{ω} odpowiada skończony zbiór D_a różnych WN-struktur o mocy $\underline{D}_a = l$ zwanych dominantami atomu o etykietcie "a" i zachodzi:
 - d1 - dla każdego $d \in D_a$ - d jest z dokładnością do etykiet atomów podstrukturą reprezentanta;
 - d2 - dla różnych $d_1, d_2 \in D_a$: $[d_1]_{\approx} \neq [d_2]_{\approx}$ i $[d_2]_{\approx} \neq [d_1]_{\approx}$
/między parami klas równoważności dominantów nie można określić relacji zawierania się WN-struktur/;

Reprezentanta J_a traktujemy jako abstrakcję inwariantnych ze względu na przekształcenia przestrzeni 3-wymiarowej, pełnych własności elementu topologicznego abstrahowanego do postaci atomu o etykietcie "a", wyrażonych na poziomie bezpośrednio niższym. WN-struktu

ry dominantów reprezentują te podzbiory własności, które są dostępne obserwacji - "widoczne" za każdym razem w inny sposób i przy częściowym przesłanianiu przez siebie samego lub inny element topologiczny. Są to minimalne zbiory własności, które wystarczają do zidentyfikowania tego elementu topologicznego. WN-struktury położenia składają się z łuków sterujących w krokach $KL(I)$ i $qHID(I)$ redukcją reprezentanta w kierunku odpowiadających im dominantów. Łuki takie mogą również powstawać dzięki regułom wstawiania. W takich przypadkach produkcje z P_a^ω różnią się między sobą regułami wstawiania.

Zanim wyjaśnimy wprowadzone pojęcia na przykładzie, zauważmy pewną własność dominantów.

Lemat 4.4.4

Niech $AUT(J_a)$ - grupa automorfizmów reprezentanta atomu o etykiecie "a"; D_a - zbiór dominantów atomu o etykiecie "a".

Dla różnych $d_1, d_2 \in D_a$: $\sim (\exists s \in AUT(J_a) \wedge d_1 = s d_2)$.

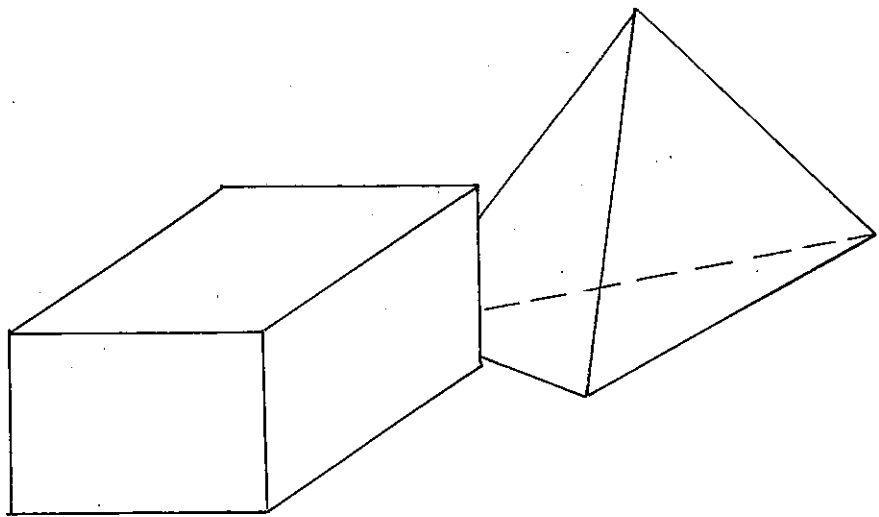
Dowód.

Teza wynika bezpośrednio z warunku d2 restrykcji $\alpha 2$. Klasy równoważności różnych dominantów są różne. Nie istnieje więc wzajemnie jednoznaczne odwzorowanie oznaczeń atomów i n-łuków między różnymi dominantami, a do takiej klasy odwzorowań należą automorfizmy reprezentanta. c.n.o.

Powyższa własność oznacza w praktyce, że dla elementu topologicznego posiadającego "symetryczną" reprezentację, możemy odtworzyć ten element dzięki zbiorowi dominantów tylko z dokładnością do rozmieszczenia w WN-strukturze reprezentanta symetrycznych podstruktur. Jest to wystarczająca dokładność. Obserwując np. trzy ściany sześcianu wystarczy nam stwierdzenie, iż mamy przed sobą sześcián, a mniej istotne jest czy oglądane przez nas ściany są numerowane jako pierwsza, druga i trzecia ściana sześcianu, czy też w inny sposób.

Przykład 4.4.5

Na rysunku 4.5 dany jest zbiór dwóch brył - czworościan i prostopadkościan. Przykładowy opis w postaci produkcji z $P_{\mathcal{C}_0}^\omega(I)$ oraz odpowiednich zbiorów dominantów $/I=0, \dots, 5/$ jest następujący :



RYS. 4.5.

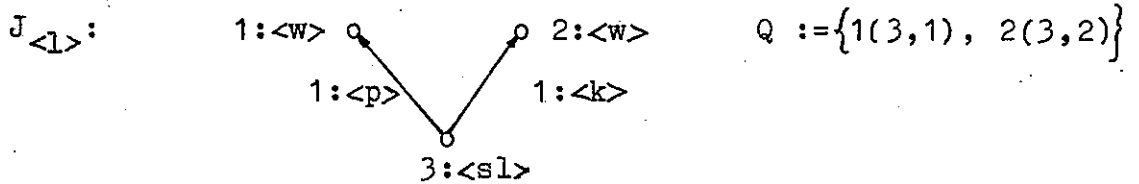
Poziom 0 - wierzchołki i segmenty.

$\langle w \rangle$ /wierzchołek/, $\langle sl \rangle$ /segment liniowy/ $\in V_A^T(0)$

$\langle p \rangle$ /punkt początkowy/, $\langle k \rangle$ /punkt końcowy/ $\in V_E(0)$

$\langle l \rangle$ /odcinek prosty/ $\in V_A^S(0)$

Reprezentant atomu o etykiecie $\langle l \rangle$:



$$J_{\langle l \rangle}_A \times m_A(J_{\langle l \rangle}_A) = \{1:\langle w \rangle, 2:\langle w \rangle, 3:\langle sl \rangle\}$$

$$J_{\langle l \rangle}_E \times m_E(J_{\langle l \rangle}_E) = \{1:\langle p \rangle, 2:\langle k \rangle\}$$

Dominant jest tylko jeden i równoważny reprezentantowi.

$$P_{HID}(0) = \emptyset.$$

Produkcja $p_{\langle l \rangle} := (0:\langle l \rangle, B_{\langle l \rangle}, S)$, gdzie $B_{\langle l \rangle} = J_{\langle l \rangle}$.

Poziom 1 - krawędzie.

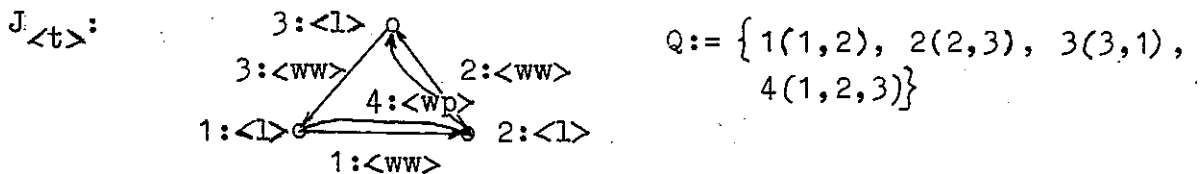
$\langle l \rangle$ /odcinek prosty/ $\in V_A^T(1)$

$\langle ww \rangle$ /wspólny wierzchołek/, $\langle wp \rangle$ /współpłaszczyznowe/, $\langle py \rangle$ /two-
rzą kąć prosty/, $\langle r \rangle$ /równe/, $\langle rr \rangle$ /równoległe/, $\langle on \rangle$ /odcinek
niepełny/ $\in V_E(1)$

$\langle ww \rangle \in ID(1)$, $\langle on \rangle \in \mathcal{P}^K(1)$

$\langle t \rangle$ /trójkąt/, $\langle p \rangle$ /prostokąt/, $\langle k \rangle$ /kwadrat/ $\in V_A^S(1)$

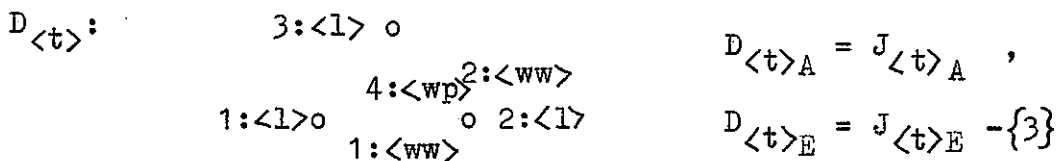
Reprezentant atomu o etykiecie $\langle t \rangle$:



$$J_{\langle t \rangle}_A \times m_A(J_{\langle t \rangle}_A) = \{1:\langle l \rangle, 2:\langle l \rangle, 3:\langle l \rangle\}$$

$$J_{\langle t \rangle}_E \times m_E(J_{\langle t \rangle}_E) = \{1:\langle ww \rangle, 2:\langle ww \rangle, 3:\langle ww \rangle, 4:\langle wp \rangle\}$$

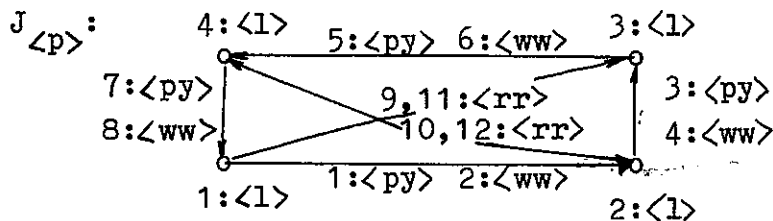
Dominant jest jeden i reprezentuje sytuację, gdy w pełni widoczny jest tylko jeden bok trójkąta.



Produkcja $p_{\langle t \rangle} := (0:\langle t \rangle, B_{\langle t \rangle}, S)$, gdzie $B_{\langle t \rangle} = J_{\langle t \rangle}$

$$AUT(J_{\langle t \rangle}) = \mathcal{G}_3$$

Reprezentant atomu o etykiecie $\langle p \rangle$:



$$Q := \{1(1,2), 2(1,2), 3(2,3), 4(2,3), 5(3,4), 6(3,4), 7(4,1), 8(4,1), 9(1,3), 10(2,4), 11(3,1), 12(4,2)\}$$

$$J_{\langle p \rangle A} = \{1, 2, 3, 4\} ; J_{\langle p \rangle E} = \{1, \dots, 12\} ; m_A(1, 2, 3, 4) = \langle 1 \rangle ;$$

$$m_E(1, 3, 5, 7) = \langle py \rangle ; m_E(2, 4, 6, 8) = \langle ww \rangle ; m_E(9, 10, 11, 12) = \langle rr \rangle .$$

$$AUT(J_{\langle p \rangle}) = \{(1, 3), (2, 4)\} .$$

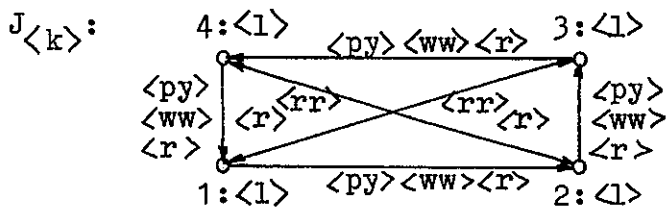
Są dwa dominanty w $D_{\langle p \rangle}$ -reprezentują sytuację, gdy widoczne są przynajmniej dwa wierzchołki z fragmentami boków.

$$D_{\langle p \rangle}^1 : D_{\langle p \rangle A}^1 = J_{\langle p \rangle A} , D_{\langle p \rangle E}^1 = J_{\langle p \rangle E} - \{4, 8\}$$

$$D_{\langle p \rangle}^2 : D_{\langle p \rangle A}^2 = J_{\langle p \rangle A} , D_{\langle p \rangle E}^2 = J_{\langle p \rangle E} - \{2, 6\}$$

Produkcja $p_{\langle p \rangle} := (0: \langle p \rangle, B_{\langle p \rangle}, S)$, gdzie $B_{\langle p \rangle} = J_{\langle p \rangle}$.

Reprezentant atomu o etykiecie $\langle k \rangle$:



$$Q := \{1\ 2\ 3\ (1,2), 4\ 5\ 6\ (2,3), 7\ 8\ 9\ (3,4), 10\ 11\ 12\ (4,1), 13\ 14\ (1,3), 15\ 16\ (2,4), 17\ 18\ (3,1), 19\ 20\ (4,2)\} .$$

$$J_{\langle k \rangle A} = \{1, 2, 3, 4\} ; J_{\langle k \rangle E} = \{1, \dots, 20\} ; m_A(1, 2, 3, 4) = \langle 1 \rangle ;$$

$$m_E(1, 4, 7, 10) = \langle py \rangle , m_E(2, 5, 8, 11) = ww , m_E(3, 6, 9, 12) = r ,$$

$$m_E(13, 15) = \langle r \rangle , m_E(14, 16) = \langle rr \rangle , m_E(17, 19) = \langle r \rangle , m_E(18, 20) = \langle rr \rangle .$$

$$AUT(J_{\langle k \rangle}) = G_4 .$$

Jest jeden dominant w $D_{\langle k \rangle}$ -reprezentuje sytuację, gdy widoczne są przynajmniej dwa wierzchołki z fragmentami boków.

$$D_{\langle k \rangle} : D_{\langle k \rangle A} = J_{\langle k \rangle A} , D_{\langle k \rangle E} = \{1, 4, 7, 10, 2, 8, 14, 16, 18, 20\}$$

Produkcja $p_{\langle k \rangle} := (0: \langle k \rangle, B_{\langle k \rangle}, S)$, gdzie $B_{\langle k \rangle} = J_{\langle k \rangle}$.

Poziom 2 - pętle i obszary jednorodne.

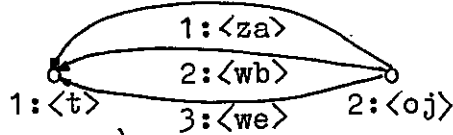
$\langle t \rangle, \langle p \rangle, \langle k \rangle, \langle ojt \rangle$ /obszar jednorodny trójkątny / $\in V_A^T(2)$,

$\langle oj \rangle$ /obszar jednorodny / $\in V_A^N(2)$,

$\langle za \rangle$ /zawarte/, $\langle we \rangle$ /wspólne elementy brzegu i krawędzi/,
 $\langle wb \rangle$ /wspólny brzeg i krawędź/ $\in V_E(2)$
 $\langle st \rangle$ /ścianka trójkątna/, $\langle sp \rangle$ /ścianka prostokątna/, $\langle sk \rangle$ /ścianka kwadratowa/ $\in V_A^S(2)$

Reprezentant dla "st"

$J_{\langle st \rangle}$:

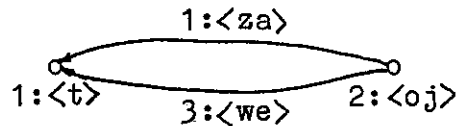


$$Q := \{1 \ 2 \ 3(2,1)\};$$

$$J_{\langle st \rangle}_A \times m_A(J_{\langle st \rangle}_A) = \{1:\langle t \rangle, 2:\langle oj \rangle\}$$

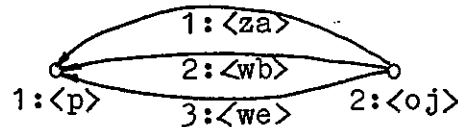
$$J_{\langle st \rangle}_E \times m_E(J_{\langle st \rangle}_E) = \{1:\langle za \rangle, 2:\langle wb \rangle, 3:\langle we \rangle\}$$

Dominant :

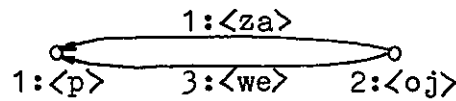


Podobnie dla "sp" i "sk" :

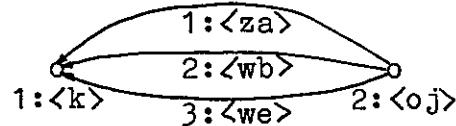
$J_{\langle sp \rangle}$:



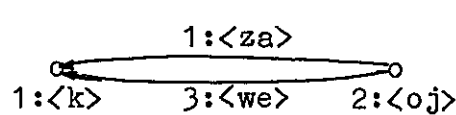
$D_{\langle sp \rangle}$:



$J_{\langle sk \rangle}$:



$D_{\langle sk \rangle}$:



Dla każdej etykiety "st", "sp", "sk" dana jest produkcja, której prawa struktura równoważna jest reprezentantowi.

Poziom 3 - ścianki.

$\langle st \rangle, \langle sp \rangle, \langle sk \rangle \in V_A^T(3)$

$\langle wk \rangle$ /wspólna krawędź/, $\langle kn \rangle$ /kąć przecięcia 60° /, $\langle pst \rangle$ /przesłanianie ścianki trójkątnej/, $\langle psp \rangle$ /przesłanianie ścianki prostokątnej/, $\langle rrp \rangle$ /równoległość ścianek/, $\langle rp \rangle$ /równe ścianki/ $\in V_E(3)$
 $\langle wk \rangle \in \mathbb{LD}(3)$; $\langle pst \rangle, \langle psp \rangle \in \mathcal{T}^-(3)$.

$\langle Cz \rangle$ /czworościan/, $\langle Pr \rangle$ /prostokątoscian/ $\in V_A^S(3)$.

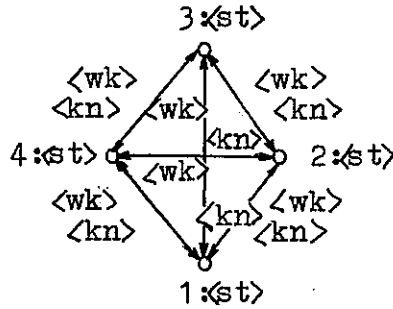
Reprezentant dla " Cz "

$$J_{\langle Cz \rangle}: \quad J_{\langle Cz \rangle}_A = \{1, 2, 3, 4\}; \quad J_{\langle Cz \rangle}_E = \{1, \dots, 12, 21, \dots, 32\} .$$

Q := { 1 2(1,2), 3 4(2,3), 5 6(3,4), 7 8(4,1), 9 10(1,3),
 11 12(2,4), 21 22(2,1), 23 24(3,2), 25 26(4,3),
 27 28(1,4), 29 30(3,1), 31 32(4,2) }

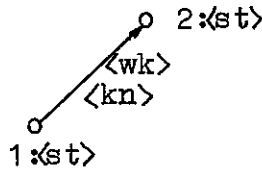
$m_A(1,2,3,4) = \langle st \rangle$, $m_E(i1, i3, i5, i7, i9, \{i+1\} 1) = \langle wk \rangle / i=0,2/$,
 $m_E(i2, i4, i6, i8, \{i+1\} 0, \{i+1\} 2) = \langle kn \rangle / i=0,2/$

$AUT(J_{\langle Cz \rangle}) = \mathcal{G}_4$



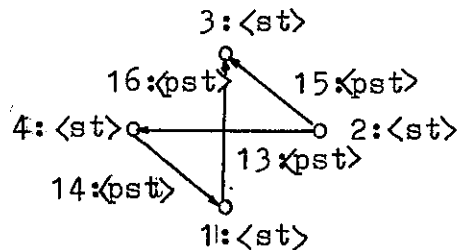
Dominant

$D_{\langle Cz \rangle}$: $D_{\langle Cz \rangle}_A = \{1, 2\}$; $D_{\langle Cz \rangle}_E = \{1, 2, 21, 22\}$.



Odpowiadająca mu struktura położenia

$F_{\langle Cz \rangle}$: $F_{\langle Cz \rangle}_A = \{1, 2, 3, 4\}$; $F_{\langle Cz \rangle}_E = \{13, 14, 15, 16\}$.



Reprezentant dla "Pr"

$J_{\langle Pr \rangle}$: $J_{\langle Pr \rangle}_A = \{1, \dots, 6\}$; $J_{\langle Pr \rangle}_E = \{1, 2, \dots, 60\}$;

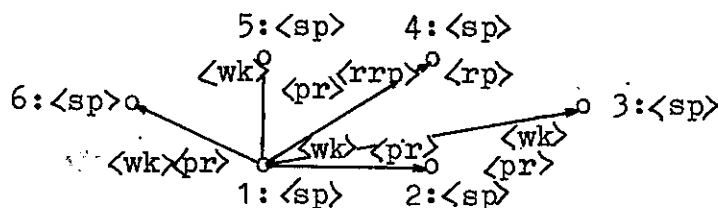
$m_A(1, 2, 3, 4, 5, 6) = \langle sp \rangle$, $m_E(i1, i3, i7, i9) = \langle wk \rangle / i=0, \dots, 5/$,

$m_E(i2, i4, i8, \{i+1\} 0) = \langle pr \rangle / i=0, \dots, 5/$,

$m_E(i5) = \langle rrp \rangle / i=0, \dots, 5/$, $m_E(i6) = \langle rp \rangle / i=0, \dots, 5/$.

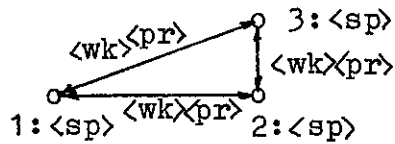
$AUT(J_{\langle Pr \rangle}) = \mathcal{G}_6$

Graficzna postać /tylko łuki wychodzące z atomu 1:⟨sp⟩ -



Dominant

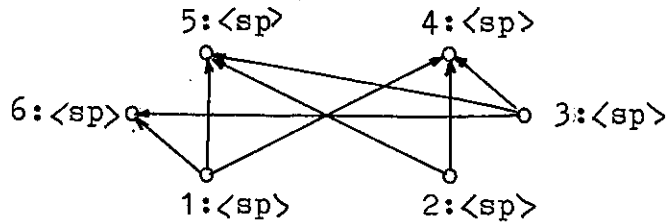
$$D_{\langle Pr \rangle}: D_{\langle Pr \rangle_A} = \{1, 2, 3\}; D_{\langle Pr \rangle_E} = \{1, \dots, 4, 11, 12, 19, 20, 27, \dots, 30\}$$



Odpowiadająca mu struktura położenia $F_{\langle Cz \rangle}$:

$$F_{\langle Cz \rangle_A} = \{1, \dots, 6\}; F_{\langle Cz \rangle_E} = \{61, \dots, 69\};$$

$$m_A(1, \dots, 6) = \langle sp \rangle; m_E(61, \dots, 69) = \langle psp \rangle;$$



Poziom 4 - ciała . Jest to poziom typu β . Następuje (dla elementów przykładu) przeetykietowanie $\langle Cz \rangle$ na $\langle Cz \hat{\rangle}$ i $\langle Pr \rangle$ na $\langle Pr \hat{\rangle}$.

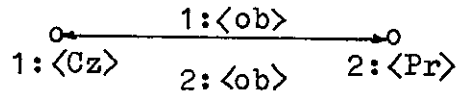
Poziom 5 - bryły .

$$\langle Cz \hat{\rangle}, \langle Pr \hat{\rangle} \in V_A^T(5); \langle ob \rangle / \text{obok} / \in V_E(5);$$

$$\langle Zb \rangle / \text{zbiór brył-\"przykład\"} / \in V_A^S(5).$$

Reprezentant $J_{\langle Zb \rangle}$:

$$J_{\langle Zb \rangle_A} = \{1, 2\}; J_{\langle Zb \rangle_E} = \{1, 2\}; Q := \{1(1, 2), 2(2, 1)\}.$$



Gdy $V_A^N(I) - V_A^S(I) \neq \emptyset$, to istnieją etykiety atomów pochodnych i rozszerza się typ poziomu I z \mathcal{L}_0 do \mathcal{L} .

Restrykcja \mathcal{L}_3

$V_A^P(I) \subseteq V_A^N(I) - V_A^S(I)$ - zbiór etykiet atomów pochodnych.

Obok zbiorów produkcji $P_{\mathcal{L}_0}^\omega(I)$, $P_{KL}(I)$, $P_{HID}(I)$ nad etykietami $V(I)$ dany jest zbiór produkcji :

$$P_{\mathcal{L}_g}^\omega(I) = \left(\bigcup_{a \in V_A^P(I)} P_{g_a} \right) \cup \left(\bigcup_{b \in V_A^T(I)} P_{id_b} \right), \text{ gdzie}$$

i) - P_{g_a} - zbiór produkcji aproksymujących atom pochodny o etykiecie "a" złożony z :

- produkcji normalizujących

$$-- P_{a,norm} := (O:a; B_{a,norm}; S) ,$$

$$B_{a,norm}_A \times m_A(B_{a,norm}_A) = \{1:E_1^a, \dots, l_a:E_{l_a}^a\} ,$$

$E_i^a \in V_A^P(I) / i=1, \dots, l_a /$, l_a - określona liczba naturalna.

Nie jest wykluczone, że $E_i^a = a$ dla pewnego i .

$$-- \bigcup_{i=1, \dots, l_a} P_{i,norm} := (O:E_i^a; B_{i,norm}^a; S) .$$

- produkcji rozkładających

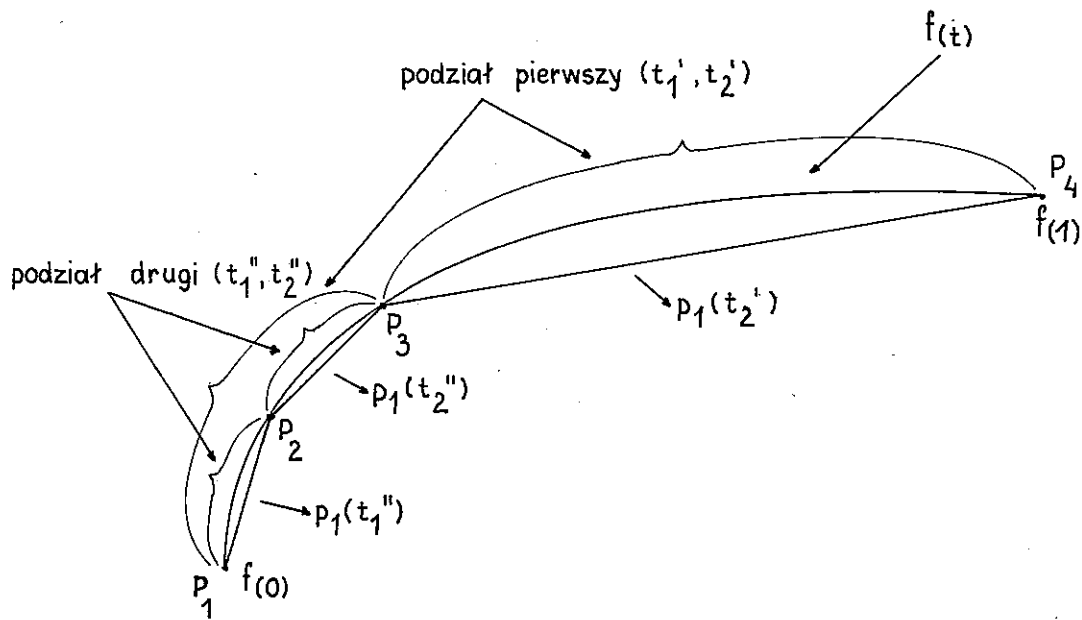
$$-- P_{a,roz} := (O:a; B_{a,roz}; S) , m_A(B_{a,roz}_A) = V_A^T(I) .$$

$$-- \bigcup_{i=1, \dots, l_a} P_{i,roz} := (O:E_i^a; B_{i,roz}^a; S) , m_A(B_{i,roz}_A) = V_A^T(I) .$$

ii) - $P_{id_b} := (O:b; 1:b; S_{id})$.

Powyższa restrykcja odpowiada cechom aproksymacji elementów złożonych za pomocą zbiorów elementów prostszych, stosowanej w grafice komputerowej. Produkcje rozkładające wyrażają fakt, że aproksymacja elementu o znanej klasie i określonej "wielkości" dokonywana jest jednoznacznie w sposób wcześniej uznany za najlepszy. Np. dla krzywej 3-go stopnia w zadanym przedziale parametru istnieje pewna graniczna liczba punktów - k i ich rozmieszczenie w przedziale parametru pozwalające na aproksymację zbiorem k+1 odcinków prostej z pewną niedokładnością zależną jedynie od "wielkości" aproksymowanej krzywej. W praktyce wymagamy, aby niedokładność była mniejsza od pewnego progu. Wymaga to poprzedzenia jednoznacznej aproksymacji krokiem normalizującym "wymiary krzywej. Wyrażamy ten krok rekurencyjnym stosowaniem produkcji normalizujących, roz

Dwa podziały normalizujące :



RYS. 4.6.

bijających atomy pochodne na zbiory atomów pochodnych, semantycznie "mniejszych".

Przykład 4.4.6

Przebieg nieliniowy $f(t)$ w przedziale $t \in \langle 0, 1 \rangle$ aproksymujemy funkcją liniową $p_1(t)$ przy zadanej liczbie $m+1$ węzłów aproksymacji. / rys. 4.6 /

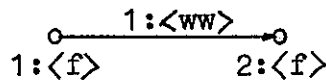
$I=1$

$\langle 1 \rangle$ /odcinek prostej/ $\in V_A^T(1)$, $\langle f \rangle$ /funkcja typu $f(t)$ / $\in V_A^P(1)$,
 $\langle ww \rangle$ /wspólny wierzchołek/ $\in V_E(1)$.

$P_{\langle f \rangle, \text{norm}} := (0: \langle f \rangle; B_{\langle f \rangle, \text{norm}}; S)$,

$$B_{\langle f \rangle, \text{norm}_A} \times m_A(B_{\langle f \rangle, \text{norm}_A}) = \{1: \langle f \rangle; 2: \langle f \rangle\},$$

$$B_{\langle f \rangle, \text{norm}_E} \times m_E(B_{\langle f \rangle, \text{norm}_E}) = 1: \langle ww \rangle,$$



$P_{\langle f \rangle, \text{roz}} := (0: \langle f \rangle; B_{\langle f \rangle, \text{roz}}; S)$,

$$B_{\langle f \rangle, \text{roz}_A} \times m_A(B_{\langle f \rangle, \text{roz}_A}) = \{1: \langle 1 \rangle, \dots, m: \langle 1 \rangle\},$$

$$B_{\langle f \rangle, \text{roz}_E} \times m_E(B_{\langle f \rangle, \text{roz}_E}) = \{1: \langle ww \rangle, \dots, m-1: \langle ww \rangle\},$$



Wyróżnienie dominantów odpowiadających produkcjom z $P_{\mathcal{L}_O}^\omega(I)$, umożliwi w pewnych warunkach predykcję WN-struktur do których zastosowano krok quasi-przesłaniania. Potrzebny jest podobny mechanizm odtwarzający atomy pochodne na podstawie zbioru atomów podstawowych. W praktyce stanowi to predykcję opisu o większej dokładności. Nie jest to proces dokonywalny jednoznacznie, tym bardziej, gdy zbiór aproksymujących atomów podstawowych jest niepełny. Główną trudność sprawia wybór właściwego początkowego podzbioru atomów podstawowych, który przy iteracyjnym rozszerzaniu o kolejne atomy osiąga rozmiar pełnego zbioru aproksymującego.

Proces predykcji atomu pochodnego wyrazimy również za pomocą strukturalnych atomowych produkcji. Ze względu na podobny syntaktyczny charakter co produkcje poziomego typu β , przedstawiam najpierw restrykcje wyznaczające zbiór $P_\beta^{\mathcal{L}_O}(I)$.

4.4.4 Produkcje $\mathbb{P}_\beta^\omega(I)$

Produkcje z $\mathbb{P}_\beta^\omega(I)$ wyróżniają się, mówiąc nieformalnie, "lewostronną" rekurencyjnością wyprowadzanych atomów. Umożliwi to podanie efektywnego algorytmu analizy syntaktycznej.

Restrykcja $\beta 1$

- $\mathbb{P}_\beta^\omega(I)$ jest jednoznaczny i składa się z podzbiorów:
- produkcji początkowych poziomu $\mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I)$ z kontekstami stosowalności umożliwiającymi ich użycie tylko do struktur końcowych poziomu $I+1$;
 - produkcji "lewostronnie" rekurencyjnych $\mathbb{P}_{\beta_g}^\omega(I)$.

Restrykcja $\beta 2$

$$\mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I) = \{ p_a \mid a \in V_A^S(I) ; p_a := (O:a; B_0^a ; S_a) \} , \text{ gdzie :}$$

$$B_0^a = (b_{0_A}^a, b_{0_E}^a, m) ,$$

$$b_{0_A}^a \times m_A(b_{0_A}^a) = \{ 1:K_1^a, \dots, l_a:K_{l_a}^a, l_a+1:W_1^a, \dots, m_a+l_a:W_{m_a}^a \} ,$$

l_a, m_a - liczby naturalne określone jednoznacznie dla "a";

$$b_{0_E}^a = b_{0_E}^{a,K} \cup b_{0_E}^{a,1} \cup b_{0_E}^{a,2} \cup \dots \cup b_{0_E}^{a,m_a} ,$$

$b_{0_E}^{a,K}$ - zbiór n-łuków określonych na zbiorze atomów $\{i:K_i^a \mid i=1, \dots, l_a\}$,

$b_{0_E}^{a,i} \mid i=1, \dots, m_a/$ - zbiór n-łuków między atomem $l_a+i:W_i^a$ oraz atomami zbioru $\{i:K_i^a \mid i=1, \dots, l_a\}$,

$$K_i^a \in V_A^T(I) \mid i=1, \dots, l_a/ , \quad W_i^a \in V_A^N(I) \mid i=1, \dots, m_a/ .$$

Restrykcja $\beta 3$

- $\mathbb{P}_{\beta_g}^\omega(I)$ składa się z :
- 1/ produkcji tożsamościowych $p_{K_j^a} := (O:K_j^a; 1:K_j^a ; S_{id})$ dla każdego $K_j^a \mid j=1, \dots, l_a/$ każdej produkcji $p_a \in \mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I)$.
 - 2/ produkcji rozszerzających $p_{a,i} := (O:W_i^a ; B_i^a ; S_{b_{0_E}^a} \cup S_{z_i^a})$, dla każdego $W_i^a \mid i=1, \dots, m_a/$ każdej produkcji $p_a \in \mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I)$; gdzie $B_i^a = (b_{i_A}^a, b_{i_E}^a, m)$,

$$b_{i_A}^a \times m_A(b_{i_A}^a) = \{1:A_i^a, 2:W_i^a\};$$

S_{b_0} uczestniczy w przeniesieniu :

- określonego podzbioru łuków ze zbioru typu $b_{0_o}^{a,i}$ przechodzących przez atom $0:W_i^a$ na przechodzące przez $2:W_i^a$, tj. istnieje podzbiór składników ze zbioru $\{l_E=(K_j^a L_E(0); 2), r_E=(2; K_j^a R_E(0)) \mid E \in m_E(b_{0_o}^{a,i}), j=1, \dots, l_a\}$ i uzyskany podzbiór łuków jest typu $b_{ok}^{a,i}$.

- określonego podzbioru n-łuków ze zbioru typu $b_{0_o}^{a,i}$ wzgl. typu $b_{ok}^{a,i}$ przechodzących przez atom $0:W_i^a$ na przechodzące przez atom $1:A_i^a$, tzn. istnieje podzbiór składników ze zbioru $\{l_E=(K_j^a L_E(0); 1), r_E=(1; K_j^a R_E(0)) \mid E \in m_E(b_{0_o}^{a,i}), j=1, \dots, l_a\}$ i uzyskiwany podzbiór n-łuków oznaczam przez typ $b_1^{a,i}$ - dla pierwszego wyprowadzonego atomu o etykiecie A_i^a , względnie $b_2^{a,i}$ - dla pozostałych atomów o etykiecie A_i^a .

- zbioru łuków typu $b_{i_E}^a$ przechodzących przez atom $0:W_i^a$ na przechodzące przez atom $1:A_i^a$ tzn. istnieje zbiór składników $\{l_E=(A_i^a L_E(0); 1), r_E=(1; A_i^a R_E(0)) \mid E \in m_E(b_{i_E}^a)\}$.

S_{Z_i} jest zbiorem wirtualnych składników uczestniczących w przeniesieniu n-łuków utworzonych dzięki regułom S_a produkcji ze zbioru $\mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I)$.

3/ produkcji końcowych $p_{a,i_k} := (0:W_i^a, 1:A_i^a, S_{b_k} \cup S_{Z_i})$ dla każdego $W_i^a / i=1, \dots, m_a /$ każdej produkcji $p_a \in \mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I)$; gdzie $S_{b_k} = \{l_E=(K_j^a L_E(0); 1), r_E=(1; K_j^a R_E(0)) \mid E \in m_E(b_{ok}^{a,i}), j=1, \dots, l_a\} \cup \{l_E=(A_i^a L_E(0); 1), r_E=(1; A_i^a R_E(0)) \mid E \in m_E(b_{i_E}^a)\}$ - tzn.

uczestniczy w przeniesieniu n-łuków ze zbioru typu $b_{ok}^{a,i}$ przechodzących przez atom $0:W_i^a$ na przechodzące przez atom $1:A_i^a$ oraz w przeniesieniu n-łuków ze zbioru typu $b_{i_E}^a$ przechodzących przez atom $0:W_i^a$ na przechodzące przez atom $1:A_i^a$;

S_{Z_i} jest zbiorem wirtualnych składników uczestniczących w przeniesieniu n-łuków utworzonych dzięki regułom S_a każdej produkcji $p_a \in \mathbb{P}_{\beta_0}^\omega(I)$.

4/ produkcji tożsamościowych $p_{A_i^a} := (0:A_i^a; 1:A_i^a; S_{id})$ dla każdego $A_i^a / i=1, \dots, m_a /$ produkcji p_{a,i_k} .

Z podanych restrykcji wynika bezpośrednio następujący lemat.

Lemat 4.4.7

Zbiór klas równoważnych VN-struktur końcowych poziomu I typu β wyprowadzalnych za pomocą $P_\beta^w(I)$ spełniającego restrykcje $\beta 1 - \beta 3$ z pojedynczych atomów o etykietach z $V_A^S(I)$ jest postaci

$$\{ [G^a / k_1, k_2, \dots, k_{m_a} /] \approx \quad I \quad a \in V_A^S(I), k_i \in N / i=1, \dots, m_a / \}$$

gdzie

$$m_A(G_A^a) = \{ K_1^a, \dots, K_{l_a}^a, (A_1^a)^{k_1}, \dots, (A_{m_a}^a)^{k_{m_a}} \}, \quad k_i / i=1, \dots, m_a / \text{ są}$$

liczbami atomów o etykietach odpowiednio A_i^a ;

G_E^a składa się z podzbiorów następujących typów :

- 1 - zbiory łuków typu $b_{i_E}^a / i=1, \dots, m_a /$ między każdą parą kolejno wyprowadzonych atomów o etykietach A_i^a ,
- 2 - zbiory n-łuków typu $b_1^{a,i} / i=1, \dots, m_a /$ między pierwszym wyprowadzonym atomem o etykiecie A_i^a i atomami $K_j^a / j=1, \dots, l_a /$ i zbiory n-łuków typu $b_2^{a,i} / i=1, \dots, m_a /$ między każdym następnie wyprowadzonym atomem o etykiecie A_i^a i atomami $K_j^a / j=1, \dots, l_a /$,
- 3 - zbiory n-łuków typu $b_{ok}^{a,i}$ między ostatnim wyprowadzonym atomem o etykiecie A_i^a i atomami $K_j^a / j=1, \dots, l_a /$,
- 4 - zbiory n-łuków typu $b_o^{a,K}$ między atomami $K_j^a / j=1, \dots, l_a /$.

Podczas analizy syntaktycznej podobną funkcję do VN-struktur dominantów dla poziomu typu α , pełnić będą VN-struktury minimalne dla poziomu typu β .

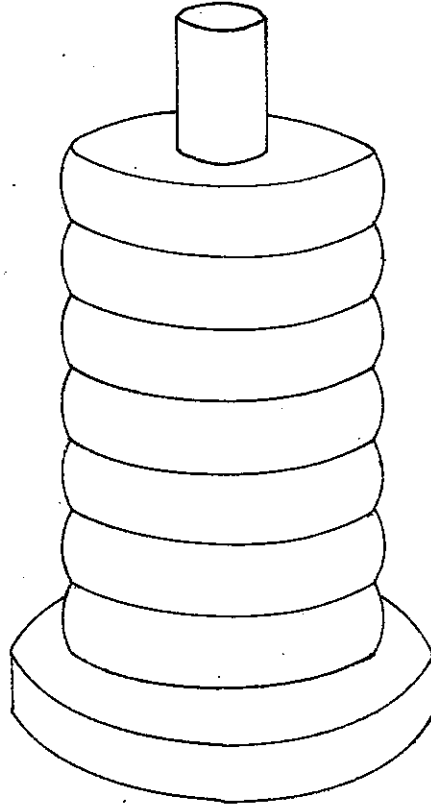
VN-struktura minimalna dla atomu o etykiecie $a \in V_A^S(I)$ jest postaci : $N^a :- m_A(N_A^a) = \{ K_1^a, \dots, K_{l_a}^a, A_1^a, \dots, A_{m_a}^a \}$;

- N_E^a -składa się z podzbiorów typu $b_o^{a,K}, b_{ok}^{a,1}, \dots, b_{ok}^{a,m_a}$.

W każdej VN-strukturze końcowej poziomu I typu β wyprowadzonej z atomu o etykiecie startowej $a \in V_A^S(I)$ występuje podstruktura izomorficzna z N^a . Własność ta wyznacza metodę analizy syntaktycznej dla zbioru $\{ [G^a / k_1, k_2, \dots, k_{m_a} /] \approx \}$ -iteracyjne rozszerzanie VN-struktury minimalnej.

Przykład 4.4.8

Poziom $I=4$ na którym występują elementy topologicznej klasy ciał , jest typu β . Dla brył reprezentowanych przez "butelkę" z rys. 4.7 podam produkcje wyprowadzające VN-struktury na poziomie $I=4$.



RYS. 4.7.

$\langle \text{WALEC} \rangle, \langle \text{ELIPSOID} \rangle \in V_A^T(4)$; $\langle \text{KORPUS} \rangle \in V_A^N(4)$; $\langle \text{BUTELKA} \rangle \in V_A^S(4)$;
 $\langle \text{wo} \rangle$ /wspólna oś obrotu/, $\langle \text{rw} \rangle$ /równa wielkość/, $\langle \text{mp} \rangle$ /mniejsza powierzchnia przekroju/, $\langle \text{ns} \rangle$ /nie stykają się/, $\langle \text{sp} \rangle$ /stykają się powierzchniami przekroju/ $\in V_E(4)$

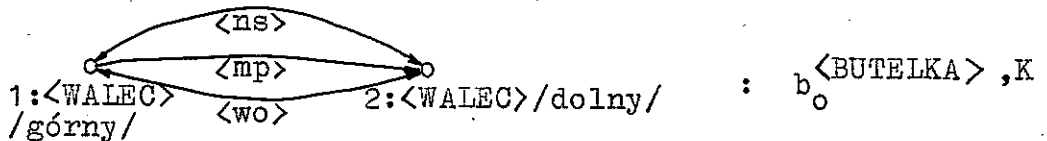
Produkcję $P\langle \text{BUTELKA} \rangle \in P_{\beta_0}^\omega(4)$ charakteryzują struktury obu stron
 $O:\langle \text{BUTELKA} \rangle$ - atom lewej strony ;

$B\langle \text{BUTELKA} \rangle$ - WN-struktura prawej strony ,

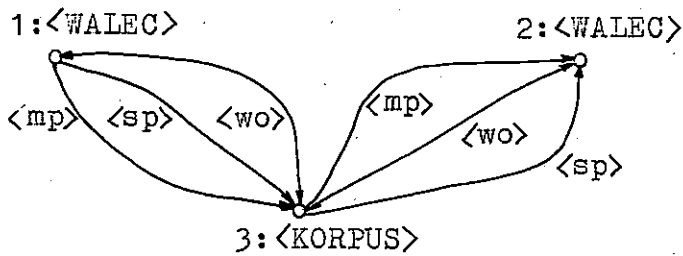
$$B_A\langle \text{BUTELKA} \rangle \times m_A(B_A\langle \text{BUTELKA} \rangle) = \{1:\langle \text{WALEC} \rangle, 2:\langle \text{WALEC} \rangle, 3:\langle \text{KORPUS} \rangle\}$$

$$l\langle \text{BUTELKA} \rangle = 2, m\langle \text{BUTELKA} \rangle = 1,$$

$B_E\langle \text{BUTELKA} \rangle$ składa się z dwóch zbiorów łuków - typu



: $b_0\langle \text{BUTELKA} \rangle, K$
 i
 typu



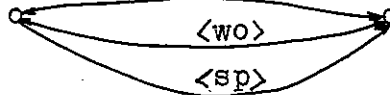
: $b_0\langle \text{BUTELKA} \rangle, 1$

Produkcje ze zbioru $P_{\beta_g}^\omega(I)$ z wyjątkiem tożsamościowych :
 - rozszerzająca

$$P\langle \text{BUTELKA} \rangle, 1 := (O:\langle \text{KORPUS} \rangle, B_1\langle \text{BUTELKA} \rangle; S_{b_0} \cup S_{z_1}),$$

$$b_{1A}\langle \text{BUTELKA} \rangle \times m_A(b_{1A}\langle \text{BUTELKA} \rangle) = \{1:\langle \text{ELIPSOID} \rangle, 2:\langle \text{KORPUS} \rangle\},$$

$$b_{1E}\langle \text{BUTELKA} \rangle: \quad 1:\langle \text{ELIPSOID} \rangle \quad \langle \text{rw} \rangle \quad 2:\langle \text{KORPUS} \rangle$$



S_{b_0} zawiera :

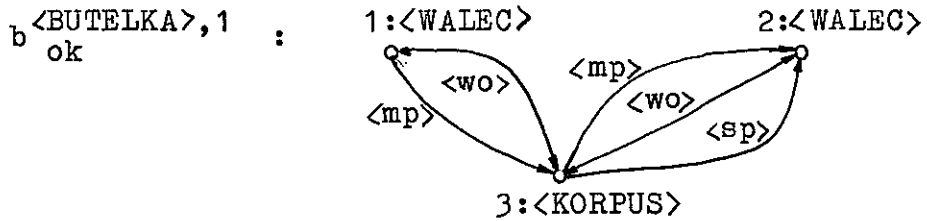
- składniki uczestniczące w powstawaniu zbioru łuków typu

$$b_{ok}\langle \text{BUTELKA} \rangle, 1$$

$$l_{\langle \text{mp} \rangle} = (\langle \text{WALEC} \rangle L_{\langle \text{mp} \rangle}^{(0)}; 2), \quad r_{\langle \text{mp} \rangle} = (2; \langle \text{WALEC} \rangle R_{\langle \text{mp} \rangle}^{(0)}) ,$$

$$l_{\langle \text{wo} \rangle} = (\langle \text{WALEC} \rangle L_{\langle \text{wo} \rangle}^{(0)}; 2), \quad r_{\langle \text{wo} \rangle} = (2; \langle \text{WALEC} \rangle R_{\langle \text{wo} \rangle}^{(0)}) ,$$

$$r_{\langle \text{sp} \rangle} = (2; \langle \text{WALEC} \rangle R_{\langle \text{sp} \rangle}^{(0)})$$



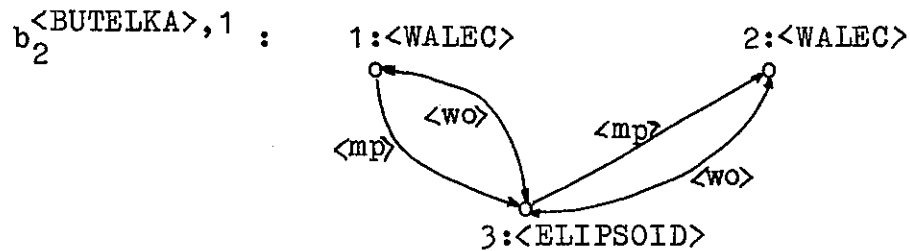
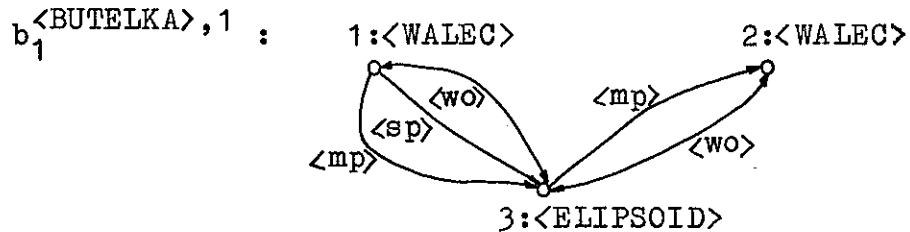
- składniki uczestniczące w powstawaniu zbioru łuków typu

$b_1 \langle BUTELKA \rangle, 1$ wzgl. $b_2 \langle BUTELKA \rangle, 1$

$$l_{\langle sp \rangle} = (\langle WALEC \rangle L_{\langle sp \rangle}^{(0)}; 1), \quad l_{\langle wo \rangle} = (\langle WALEC \rangle L_{\langle wo \rangle}^{(0)}; 1),$$

$$r_{\langle wo \rangle} = (1; \langle WALEC \rangle R_{\langle wo \rangle}^{(0)}), \quad l_{\langle mp \rangle} = (\langle WALEC \rangle L_{\langle mp \rangle}^{(0)}; 1),$$

$$r_{\langle mp \rangle} = (1; \langle WALEC \rangle R_{\langle mp \rangle}^{(0)})$$



- składniki uczestniczące w przeniesieniu zbioru łuków typu

$b_{i_E} \langle BUTELKA \rangle$

$$l_{\langle sp \rangle} = (\langle ELIPSOID \rangle L_{\langle sp \rangle}^{(0)}; 1), \quad l_{\langle wo \rangle} = (\langle ELIPSOID \rangle L_{\langle wo \rangle}^{(0)}; 1),$$

$$r_{\langle wo \rangle} = (1; \langle ELIPSOID \rangle R_{\langle wo \rangle}^{(0)}), \quad l_{\langle rw \rangle} = (\langle ELIPSOID \rangle L_{\langle rw \rangle}^{(0)}; 1),$$

$$r_{\langle rw \rangle} = (1; \langle ELIPSOID \rangle R_{\langle rw \rangle}^{(0)})$$

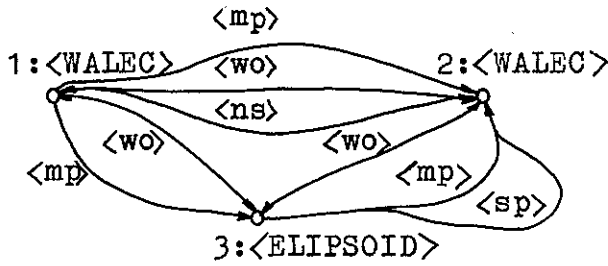
- produkcja końcowa

$$P_{\langle BUTELKA \rangle, 1_k} := (0: \langle KORPUS \rangle, 1: \langle ELIPSOID \rangle; S_{b_k} \cup S_{z_i}^-)$$

S_{b_k} zawiera :

- składniki uczestniczące w przeniesieniu zbioru łuków typu $b_{ok} \langle BUTELKA \rangle, 1$ - identycznie jak w S_{b_o} przy zastąpieniu oznaczenia atomu "2" przez "1",
- składniki uczestniczące w przeniesieniu zbioru łuków typu $b_{i_E} \langle BUTELKA \rangle$ - identycznie, jak w S_{b_o} .

Struktura minimalna $N \langle BUTELKA \rangle$:



$$, \text{AUT}(N^{\langle \text{BUTELKA} \rangle}) = 1$$

Wracamy teraz do problemu odtworzenia atomu pochodnego poziomu typu \mathcal{A} na podstawie WN-struktury końcowej tego poziomu. Zdefiniujemy w tym celu pewien zbiór produkcji $P_{OA}(I)$ stanowiący szczególny przypadek klasy zbiorów produkcji typu $E_{\beta}^{\omega}(J)$.

Restrykcja $\mathcal{A}4$

Dany jest zbiór produkcji $P_{OA}(I) = \bigcup_{a \in V_A^P(I)} P_{OA,a}(I)$, gdzie

podzbiory $P_{OA,a}(I)$ zawierają :

- a. produkcję startową - $p_a := (0:a, B_0^a, \emptyset)$, będącą szczególnym przypadkiem produkcji startowej w $E_{\beta_0}^{\omega}(J)$.
- b. produkcje tożsamościowe
 - $p_{K_j^a} := (0:K_j^a, 1:K_j^a, S_{id})$ dla każdego $K_j^a \in m_A(B_{O_A}^a) / j=1, \dots, l$
 - $p_{A_i^a} := (0:A_i^a, 1:A_i^a, S_{id})$ dla każdego $A_i^a \in m_A(B_{O_A}^a) / i=1, \dots, m$
- c. produkcje rozszerzające
 - $p_{a,i} := (0:W_i^a, B_i^a, S_{b_0})$ dla każdego $W_i^a \in m_A(B_{O_A}^a) / i=1, \dots, m$
- d. produkcje końcowe
 - $p_{a,i_k} := (0:W_i^a, 1:A_i^a, S_{b_k})$ dla każdego $W_i^a \in m_A(B_{O_A}^a) / i=1, \dots, m$

i produkcje c., d. są szczególnymi przypadkami odpowiednich typów produkcji w $E_{\beta}^{\omega}(J)$.

Atom $i:a$, $a \in V_A^P(I)$ jest atomem pochodnym odtworzonym z WN-struktury końcowej poziomu $I - OA_a$

$\langle == \rangle$

gdy $(i:a) \langle == \rangle_{P_{OA,a}} OA_a$, tzn. OA_a jest wyprowadzona z atomu

$i:a$ za pomocą zbioru produkcji $P_{OA,a}(I)$.

Zauważmy, że produkcje z $P_{OA}(I)$ nie zawierają wirtualnych składników wstawiania.

Przykład 4.4.9

Poziom I=1 / krawędzie /

Atom pochodny : $\langle \text{cubspl} \rangle$ / sześcienny spline / $\in V_A^D(1)$.

Spline jest wielomianem składanym o ustalonym stopniu i ciągłości pochodnych w punktach wspólnych kolejnych segmentów / rys. 4.8.a/

$\langle \text{zls} \rangle$ / zbiór odcinków prostej spójnych / $\in V_A^N(1)$,

$\langle 1 \rangle$ / odcinek prostej / $\in V_A^T(1)$,

$\langle \text{wkp} \rangle$ / koniec elementu 1. jest początkiem elementu 2. / $\in V_E(1)$.

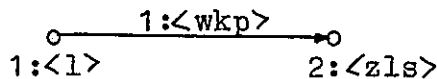
Produkcja startowa

$$P_{\langle \text{cubspl} \rangle} := (0: \langle \text{cubspl} \rangle, 1: \langle \text{zls} \rangle; \emptyset)$$

Produkcja rozszerzająca

$$P_{\langle \text{cubspl} \rangle, 1} := (0: \langle \text{zls} \rangle, B_1^{\langle \text{cubspl} \rangle}; S_{b_0})$$

$$B_1^{\langle \text{cubspl} \rangle}:$$



$$S_{b_0} = \{ r_{\langle \text{wkp} \rangle} = (1; \langle 1 \rangle R_{\langle \text{wkp} \rangle} (0)) \}$$

Produkcja końcowa

$$P_{\langle \text{cubspl} \rangle, 1_k} := (0: \langle \text{zls} \rangle, 1: \langle 1 \rangle; S_{b_k})$$

$$S_{b_k} = S_{b_0}$$

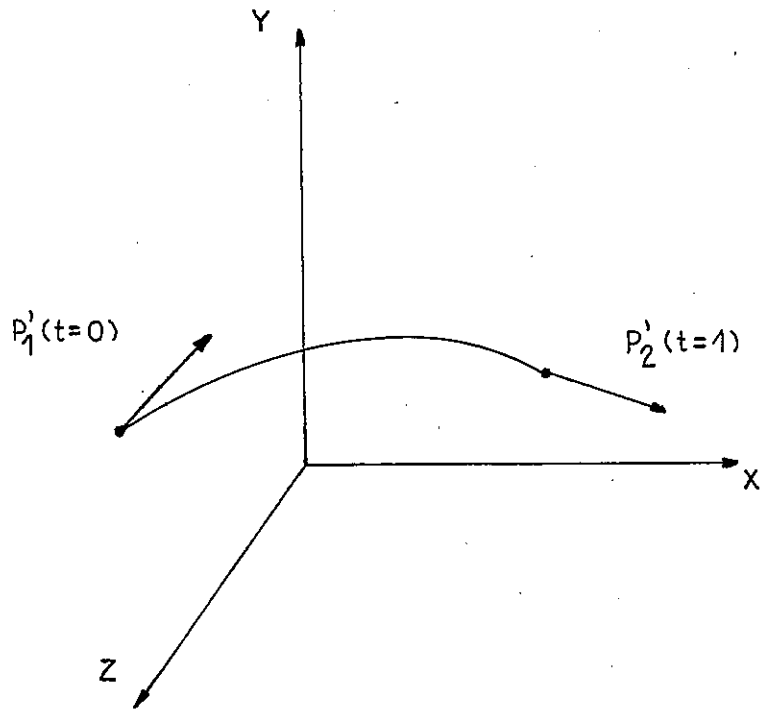
Odtworzenie atomu pochodnego polega na iteracyjnym rozszerzaniu startowego odcinka prostej do zbioru odcinków spójnych i aproksymacja tego zbioru segmentem sześciennego spline /rys. 4.8.b/.

Odtworzenie aproksymacji takich krzywych, jak krzywa Bezier'a, B-spline itp. definiowanych za pomocą wierzchołków, z których tylko pierwszy i ostatni leżą na krzywej, a pozostałe są umownie zadane w przestrzeni jest jakościowo innym problemem. Wymaga bowiem predykcji na poziomie wierzchołków, czyli istnienia umownego przesłaniania wierzchołków. W praktyce rozpoznanie takich krzywych wzgl. powierzchni zadanych podobnymi metodami jest niemożliwe.

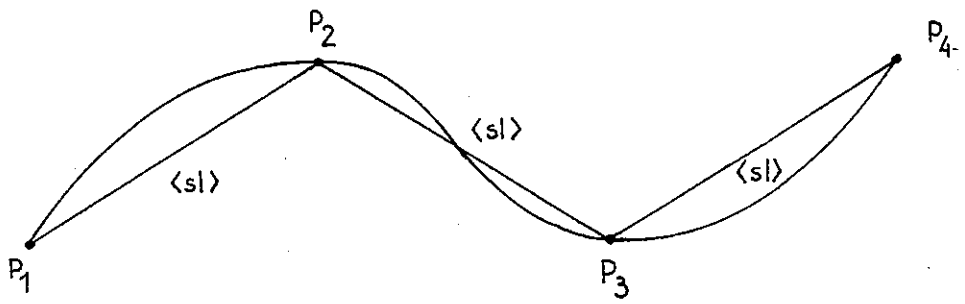
Wzajemnego związku produkcji aproksymujących i odtwarzających aproksymację dotyczy kolejna restrykcja syntaktyczna.

Restrykcja $\alpha 5$

Niech $L_g(a)$ - zbiór WN-struktur końcowych poziomu I wyprowadzalnych z atomu o etykiecie $a \in V_A^D(I)$ za pomocą produkcji ze zbioru



RYS. 4.8.(a)



RYS. 4.8.(b)

$P_{\mathcal{L}_g}^\omega(I)$; $L_{OA}(a)$ - zbiór WN-struktur końcowych poziomu I wyprowadzalnych z atomu o etykiecie $a \in V_A^P(I)$ za pomocą zbioru $P_{OA}(I)$

Między powyższymi zbiorami zachodzą

1. $L_g(a) \subset L_{OA}(a)$;
2. jeżeli $od \in L_{OA}(a)$, to istnieje $ap \in L_g(a)$ takie, że $od \subset ap$.

Powyższa restrykcja oznacza, że atom pochodny może być odtworzony nie tylko ze struktur go aproksymujących, lecz również z pewnych podstruktur WN-struktur aproksymujących. Struktury odtwarzające są "zdeformowane" - np. na skutek przesłaniania brak jest pewnych atomów WN-struktury aproksymującej.

Restrykcja nie wyklucza, że po zredukowaniu otrzyma się WN-strukturę odtwarzającą atom pochodny o innej etykiecie niż dla wyjściowego atomu aproksymowanego. Np. płat czworokątny, może po aproksymacji ulec takiej redukcji, że odtworzyć można będzie atom o etykiecie "płat czworokątny", jak również "płat nieforemny", "płat pięciokątny" itp.

Definicja 4.4.10

Gramatyką języka opisu obiektów / JOO / jest każda W-hierarchiczna $aRG_{KL,HID}^\omega$ spełniająca restrykcje $\alpha_1 - \alpha_5$, $\beta_1 - \beta_2$.

Zauważmy, że podana definicja obejmuje nie tylko typowo składniowe konstrukcje dotyczące wyprowadzania WN-struktur końcowych, lecz także warunkuje istnienie pomocniczych konstrukcji w postaci dominantów i produkcji odtwarzających aproksymację. Wymagamy więc od języków opisu obiektów, aby obok oczywistych konstrukcji generacyjnych posiadały pomocnicze konstrukcje odtwarzające w sposób częściowy niektóre etapy wyprowadzania sentencji języka.

4.5 Atrybutowana gramatyka J00

Atrybutowanie gramatyki J00 w sensie atrybutowanej RGS polega na wyrażeniu elementów składni za pomocą formuł języka LS i na związaniu z relacją bezpośredniego wyprowadzenia zasady podstawienia, wyrażonej za pomocą zbiorów termów języka LS.

4.5.1 Ograniczenia atrybutowania

Ograniczenie podłożowej gramatyki z RGS do $aRGS_{KL, HID}^{\omega}$ upraszcza sposób atrybutowania tej gramatyki. Dalsze ograniczenia dane W-hierarchicznością i restrykcjami $\alpha 1 - \alpha 5$, $\beta 1 - \beta 2$ odzwierciedlają się w zawężeniu przestrzeni realizacji języka LS.

* Podział zbioru $V_E^S = V_e^S \cup V_{\bar{e}}^S$ oznacza, że :

$$- \text{syme}(e) = [\phi]_{\approx} \quad \text{syme}(\bar{e}) = [\sim\phi]_{\approx} \quad , \quad e \in V_e^S$$

$$- t_e(l:e) = \phi^k(X_{1_1 h_1}, \dots, X_{1_k h_k})$$

$$\Rightarrow t_e(l:\bar{e}) = \sim\phi^k(X_{1_1 h_1}, \dots, X_{1_k h_k})$$

Dzięki powyższej własności dla każdej interpretacji semantycznej najwyższej jedna WN-struktura jest semantycznie zgodna.

* Dla etykiet końcowych $a \in V_A^T(0)$, $\text{symb}(a) = h(s_1 \dots s_k, \lambda)$ poddziedziny $A_{s_1} \times \dots \times A_{s_k}$ spełniające formuły $\{t_a(i:a)\}$ są skończone.

* Zbiór RP związany z bezpośrednim wyprowadzeniem $\langle \text{KL, HID} \rangle$:

- najmniejsze pokrycia struktury wejściowej bezpośredniego wyprowadzenia \dashrightarrow to zawsze pojedyncze atomy ; z każdą produkcją atomową związana jest tu reguła podstawienia $rp = (\Theta_0 X_0; \Theta_1 X_1 \dots \Theta_m X_m) \subset \Theta X \times \Theta X^m$, zawierająca składniki podstawienia dla lewego atomu i atomów prawej strony produkcji.

- dla bezpośrednich wyprowadzeń \dashrightarrow realizujących kroki KL, qHID reguły podstawień są tego samego typu z wyjątkiem etapów zasadniczych sklejenia wzgl. quasiprzesłaniania. Wtedy wśród najmniejszych pokryć struktury wejściowej są pary ato-

mów sklejeń wzgl. przesłaniań realizowanych w tych etapach. Z każdą parą produkcji atomowych stosowanych do powyższych atomów związana jest jedna reguła podstawienia typu

$$rp = (\theta_1 X_1 \theta_2 X_2 ; \theta_3 X_3) \subset \theta X^2 \times \theta X \quad \text{/dla sklejania/ ,}$$

względnie

$$rp = (\theta_1 X_1 \theta_2 X_2 ; \theta_{p_1} X_{p_1} \dots \theta_{p_m} X_{p_m}) \subset \theta X^2 \times \theta X^m \quad \text{/dla przesłaniania/ ,}$$

zawierająca składniki podstawienia dla atomów lewych i prawych stron tych produkcji.

- * S-atrybutowane zmienne występujące w regułach podstawienia są:
- wyłącznie syntezowane w regułach odpowiadających produkcjom z $\mathbb{P}_B^\omega(I)$;
 - wyłącznie dziedziczone w regułach odpowiadających produkcjom z \mathbb{P}_{KL} , \mathbb{P}_{HID} i $\mathbb{P}_{\alpha_g}(I)$;
 - syntezowane lub dziedziczone w regułach odpowiadających produkcjom z $\mathbb{P}_{\alpha_0}^\omega(I)$.

4.5.2 Reguły podstawień dla $\mathbb{P}_{\alpha_0}^\omega(I)$

Z każdą produkcją $p_a := (0:a ; B^a ; S) \in \mathbb{P}_{\alpha_0}^\omega(I)$ możemy łatwo związać regułę podstawienia $rp_a^a = (\theta_0 X_0 ; \theta_1 X_1 \dots \theta_l X_l)$ taką, że $X_0 \in X_0 h_0$, $X_i \in X_i h_i$, $h_0 = \text{syms}(a)$, $h_i = \text{syms}(a_i)$ / $i=1, \dots, l$ / gdy $m_A(B_A^a) = (a_1, \dots, a_l)$.

Wymagalibyśmy, aby przy realizacji języka LS - \mathcal{X} zachodziło :

- Interpretacja $\varphi(\theta_0 X_0, t^S)$ każdego termu t podstawianego w $\theta_0 X_0$ za zmienną o syntezowanym rodzaju "s" dana jest funkcją
- $$FF(a, s) : B_1 x \dots x B_m \rightarrow A_s \quad , \quad \text{gdzie } B_i = R(z_i, \sigma_i) \quad /i=1, \dots, m/$$
- σ_i - rodzaj zmiennej definiującej $z_i \in \{X_1 h_1, \dots, X_l h_l\}$,
 $R : XH \times S \rightarrow 2^A$ - wyznacza dziedzinę funkcji.
- Funkcja $FF(a, s)$ jest określona \Leftrightarrow gdy wszystkie formuły związane ze strukturą B^a są semantycznie zgodne.

Taka postać reguł podstawień i ich interpretacja semantyczna nie są odpowiednie, gdy występują kroki przesłaniania. Stanowią jedynie punkt wyjścia dla określenia semantyki dominantowych produkcji. W regułach podstawienia odpowiadających dominantowym produkcjom część S-atrybutowanych zmiennych może posiadać dziedziczone rodzaje.

- interpretacje S-atrybutowanych zmiennych dziedziczonych wyliczone poprzez funkcje $UU_{a,i}^n(a_i, s) / i=p_1, \dots, p_{1-j} /$ są równoważne zadanym interpretacjom bliźniaczych zmiennych.

Sens wprowadzonych pojęć jest następujący : zbiór K_n^a zawiera atomy, które nie ulegają "deformacji" w następującym kroku przesłaniania, zaś te atomy dominanta, których S-atrybutowane zmienne są definiujące w regule podstawienia rp_n^a tworzą minimum danych potrzebnych dla interpretacji S-atrybutowanej zmiennej atomu o etykiecie "a".

Przykład 4.5.1

Podamy atrybutowanie i reguły podstawień dla produkcji i dominantów z przykładu 4.4.5.

I=0

$\text{syma}(V_A^T(0)) : \langle W \rangle \in H(xp \ yp \ zp, \lambda) , \langle SL \rangle \in H(xp \ yp \ zp \ xk \ yk \ zk, \lambda) ,$

$\text{syma}(V_A^S(0)) : \langle L \rangle \in H(\text{lin}, \lambda) .$

xp, yp, zp, xk, yk, zk -/rodzaje liczb rzeczywistych/ $\in \mathbb{S} ,$

lin -/rodzaj funkcji liniowych z parametrem $u \in \langle 0, 1 \rangle / \in \mathbb{S} .$

Formuły języka LS związane z etykietami z W :

$t_a(i: \langle w \rangle) = [(x_i^{xp} \gg 0) \wedge (x_i^{xp} \leq XMax) \wedge (x_i^{yp} \gg 0) \wedge (x_i^{yp} \leq YMax) \wedge (x_i^{zp} \gg 0) \wedge (x_i^{zp} \leq ZMax)] ;$ dla $i \in \mathbb{N} , XMax, YMax, ZMax$ - stałe odpowiednich rodzajów.

$t_a(i: \langle sl \rangle) = \mathbb{1} .$

$t_e(1: \langle p \rangle) = [(x_3^{xp} = x_1^{xp}) \wedge (x_3^{yp} = x_1^{yp}) \wedge (x_3^{zp} = x_1^{zp})] .$

$t_e(2: \langle k \rangle) = [(x_3^{xk} = x_2^{xp}) \wedge (x_3^{yk} = x_3^{yp}) \wedge (x_3^{zk} = x_2^{zp})] .$

Reguła podstawienia

$rp_0^{\langle 1 \rangle} = (\text{flin}(X_1, X_2) / X_0L ; X_1W/X_1W \ X_2W/X_2W \ X_3SL/X_3SL)$

Interpretacją symbolu flin jest funkcja:

$FF(\langle 1 \rangle, \text{lin})(u) = (1-u) * [x_1^{xp} \ x_1^{yp} \ x_1^{zp}] + u * [x_2^{xp} \ x_2^{yp} \ x_2^{zp}] , u \in \langle 0, 1$

I=1

$\text{syma}(V_A^S(1)) : \langle T \rangle \in H(\text{lint}, \lambda) , \langle P \rangle \in H(\text{linp}, \lambda) , \langle K \rangle \in H(\text{linp}, \lambda) , \langle OJT \rangle \in H(\text{tex lint hid} , \lambda)$

lint, linp / rodzaje parametrycznych funkcji liniowych / ,

hid /rodzaj dekodujący wewnętrzny charakter brzegu ojt / ,

tex / rodzaj "tekstura" / $\in \mathbb{S} .$

$A_{\langle \text{tex} \rangle} = \{ \langle \text{kropki} \rangle, \langle \text{szachownica} \rangle, \langle \text{kratka} \rangle \}$

Formuły LS :

$$t_a(i:\langle l \rangle) = \mathbb{1}.$$

$$t_e(n:\langle \text{ww} \rangle(i:\langle l \rangle, j:\langle l \rangle)) = [\text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 1) = \text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 0)], \text{ gdzie} \\ \text{VAR}(x, t_0) - \text{wartość zmiennej } x \text{ dla parametru } t=t_0 / n, \\ i, j \in \mathcal{N} /.$$

$$t_e(n:\langle \text{w} \rangle(i:\langle l \rangle, j:\langle l \rangle, k:\langle l \rangle)) = [\text{PLANE}(x_i^{\text{lin}}, x_j^{\text{lin}}) = \text{PLANE}(x_j^{\text{lin}}, x_k^{\text{lin}})], \\ \text{gdzie } \text{PLANE}(x_i, x_k) - \text{równanie płaszczyzny zawierającej seg-} \\ \text{menty } x_i, x_k / n, i, j, k \in \mathcal{N} /.$$

$$t_e(n:\langle \text{py} \rangle(i:\langle l \rangle, j:\langle l \rangle)) = [\text{SKAL}((\text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 1) - \text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 0)), \\ (\text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 1) - \text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 0))) = 0], \text{ gdzie } \text{SKAL}(x_i, x_j) - \\ \text{iloczyn skalarny wektorów } x_i, x_j / n, i, j \in \mathcal{N} /.$$

$$t_e(n:\langle \text{rr} \rangle(i:\langle l \rangle, j:\langle l \rangle)) = [\text{VEK}((\text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 1) - \text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 0)), \\ (\text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 1) - \text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 0))) = 0], \text{ gdzie } \text{VEK}(x_i, x_j) - \\ \text{iloczyn wektorowy wektorów } x_i, x_j / n, i, j \in \mathcal{N} /.$$

$$t_e(n:\langle \text{r} \rangle(i:\langle l \rangle, j:\langle l \rangle)) = [\text{MOD}(\text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 1) - \text{VAR}(x_i^{\text{lin}}, 0)) = \\ (\text{MOD } \text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 1) - \text{VAR}(x_j^{\text{lin}}, 0))], \text{ gdzie } \text{MOD}(x) - \text{długość} \\ \text{wektora } x / n, i, j \in \mathcal{N} /.$$

Reguły podstawienia :

- dla reprezentanta $\langle t \rangle$

$$rp_0^t = (f_lint(X_1, X_2, X_3) / X_0^T ; X_1^L / X_1^L \ X_2^L / X_2^L \ X_3^L / X_3^L) :$$

Interpretacją symbolu f_lint jest

$$FF(\langle t \rangle, lint) = \begin{cases} x_1^{\text{lin}}(u) ; u \in \langle 0, 1 \rangle \\ x_2^{\text{lin}}(u-1) ; u \in \langle 1, 2 \rangle \\ x_3^{\text{lin}}(u-2) ; u \in \langle 2, 3 \rangle \end{cases}$$

- dla dominanta $D_1^{\langle t \rangle}$

$$rp_1^{\langle t \rangle} = (l1lint(X_1, X_2, X_3) / X_0^T ; X_2^L / X_2^L (X_1^L / X_1^L, u1lint_1 / X_1^L) \\ (X_3^L / X_3^L, u1lint_3 / X_3^L)), K_1^{\langle t \rangle} = 2.$$

Interpretacje symboli $l1lint$, $u1lint_1$, $u1lint_3$ -

$$LL^1(\langle t \rangle, lint) = \begin{cases} (1-u) * \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_3^{\text{lin}}) + u * \text{VAR}(x_2^{\text{lin}}, 0); u \in \langle 0, 1 \rangle \\ x_2^{\text{lin}}(u-1) ; u \in \langle 1, 2 \rangle \\ (1-(u-2)) * \text{VAR}(x_2^{\text{lin}}, 1) + (u-2) * \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_3^{\text{lin}}); \\ u \in \langle 2, 3 \rangle \end{cases}$$

$$UU_{\langle t \rangle, 1}^1(\langle l \rangle, lin) = (1-u) * \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_3^{\text{lin}}) + u * \text{VAR}(x_2^{\text{lin}}, 0); u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU_{\langle t \rangle, 3}^1(\langle l \rangle, lin) = (1-u) * \text{VAR}(x_2^{\text{lin}}, 1) + u * \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_3^{\text{lin}}); u \in \langle 0, 1 \rangle$$

gdzie $SCHP(x_i^{lin}, x_j^{lin})$ - wierzchołek w którym przecinają się proste wyznaczone przez segmenty x_i, x_j .

- dla reprezentanta $\langle p \rangle$

$rp_0^{\langle p \rangle} = (f_{linp}(X_1, X_2, X_3, X_4) / X_0^P ; X_1^L / X_1^L, X_2^L / X_2^L, X_3^L / X_3^L, X_4^L / X_4^L)$
Interpretacją symbolu f_{linp} jest

$$FF(\langle p \rangle, linp) = \begin{cases} x_1^{lin}(u) & ; u \in \langle 0, 1 \rangle \\ x_2^{lin}(u-1) & ; u \in \langle 1, 2 \rangle \\ x_3^{lin}(u-2) & ; u \in \langle 2, 3 \rangle \\ x_4^{lin}(u-3) & ; u \in \langle 3, 4 \rangle \end{cases}$$

- dla dominanta $D_1^{\langle p \rangle}$

$rp_1^{\langle p \rangle} = (l1linp(X_1, X_2, X_3, X_4) / X_0^P ; (X_1^L / X_1^L, u1linp_1 / X_1^L),$
 $(X_2^L / X_2^L, u1linp_2 / X_2^L), (X_3^L / X_3^L, u1linp_3 / X_3^L),$
 $(X_4^L / X_4^L, u1linp_4 / X_4^L))$

$K_1^{\langle p \rangle} = \emptyset$

Interpretacje symboli $l1linp, u1linp_i / i=1, \dots, 4/$ -

$$LL^1(\langle p \rangle, linp) = \begin{cases} (1-u) * SCHP(x_1^{lin}, x_4^{lin}) + u * VAR(x_1^{lin}, 1) ; & u \in \langle 0, 1 \rangle \\ (1-(u-1)) * VAR(x_2^{lin}, 0) + (u-1) * SCHP(x_2^{lin}, x_3^{lin}) ; & u \in \langle 1, 2 \rangle \\ (1-(u-2)) * SCHP(x_2^{lin}, x_3^{lin}) + (u-2) * VAR(x_3^{lin}, 1) ; & u \in \langle 2, 3 \rangle \\ (1-(u-3)) * VAR(x_4^{lin}, 0) + (u-3) * SCHP(x_1^{lin}, x_4^{lin}) ; & u \in \langle 3, 4 \rangle \end{cases}$$

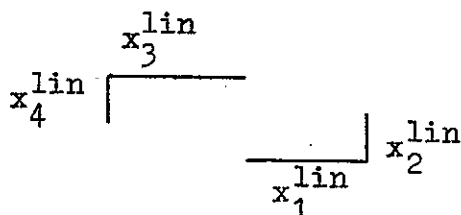
$$UU_{\langle p \rangle, 1}^1(\langle 1 \rangle, lin) = (1-u) * SCHP(x_1^{lin}, x_4^{lin}) + u * VAR(x_1^{lin}, 1) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU_{\langle p \rangle, 2}^1(\langle 1 \rangle, lin) = (1-u) * VAR(x_2^{lin}, 0) + u * SCHP(x_2^{lin}, x_3^{lin}) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU_{\langle p \rangle, 3}^1(\langle 1 \rangle, lin) = (1-u) * SCHP(x_2^{lin}, x_3^{lin}) + u * VAR(x_3^{lin}, 1) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU_{\langle p \rangle, 4}^1(\langle 1 \rangle, lin) = (1-u) * VAR(x_4^{lin}, 0) + u * SCHP(x_1^{lin}, x_4^{lin}) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

Dominant $D_1^{\langle p \rangle}$ zakłada widoczność następujących fragmentów prostokąta :



- dla dominanta $D_2^{\langle p \rangle}$

$rp_2^{\langle p \rangle} = (l2linp(X_1, X_2, X_3, X_4) / X_0^P ; (X_1^L / X_1^L, u2linp_1 / X_1^L),$
 $(X_2^L / X_2^L, u2linp_2 / X_2^L), (X_3^L / X_3^L, u2linp_3 / X_3^L),$
 $(X_4^L / X_4^L, u2linp_4 / X_4^L))$

$$K_2^{<p>} = \emptyset$$

Interpretacje symboli $l_2 \text{lin}_p, u_2 \text{lin}_i \ /i=1, \dots, 4/$ -

$$LL^2_{<p>, \text{lin}_p} = \begin{cases} (1-u) \# \text{VAR}(x_1^{\text{lin}}, 0) + u \# \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_2^{\text{lin}}) & ; u \in \langle 0, 1 \rangle \\ (1-(u-1)) \# \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_2^{\text{lin}}) + (u-1) \# \text{VAR}(x_2^{\text{lin}}, 1) & ; u \in \langle 1, 2 \rangle \\ (1-(u-2)) \# \text{VAR}(x_3^{\text{lin}}, 0) + (u-2) \# \text{SCHP}(x_3^{\text{lin}}, x_4^{\text{lin}}) & ; u \in \langle 2, 3 \rangle \\ (1-(u-3)) \# \text{SCHP}(x_3^{\text{lin}}, x_4^{\text{lin}}) + (u-3) \# \text{VAR}(x_4^{\text{lin}}, 1) & ; u \in \langle 3, 4 \rangle \end{cases}$$

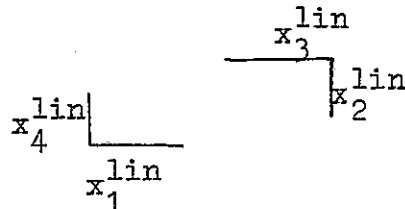
$$UU^2_{<p>, 1}(\langle 1 \rangle, \text{lin}) = (1-u) \# \text{VAR}(x_1^{\text{lin}}, 0) + u \# \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_2^{\text{lin}}) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU^2_{<p>, 2}(\langle 1 \rangle, \text{lin}) = (1-u) \# \text{SCHP}(x_1^{\text{lin}}, x_2^{\text{lin}}) + u \# \text{VAR}(x_2^{\text{lin}}, 1) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU^2_{<p>, 3}(\langle 1 \rangle, \text{lin}) = (1-u) \# \text{VAR}(x_3^{\text{lin}}, 0) + u \# \text{SCHP}(x_3^{\text{lin}}, x_4^{\text{lin}}) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$UU^2_{<p>, 4}(\langle 1 \rangle, \text{lin}) = (1-u) \# \text{SCHP}(x_3^{\text{lin}}, x_4^{\text{lin}}) + u \# \text{VAR}(x_4^{\text{lin}}, 1) ; u \in \langle 0, 1 \rangle$$

Dominant D_2^p zakłada widoczność następujących fragmentów prostokąta :



- dla reprezentanta $\langle k \rangle$ i dominantów $D_1^{\langle k \rangle}, D_2^{\langle k \rangle}$ reguły podstawień są analogiczne do $rp_0^{\langle p \rangle}, rp_1^{\langle p \rangle}, rp_2^{\langle p \rangle}$, zaś interpretacje $FF^{\langle k \rangle}, \text{lin}_p = FF^{\langle p \rangle}, \text{lin}_p$;

$$LL^1_{\langle k \rangle}, \text{lin}_p = LL^1_{\langle p \rangle}, \text{lin}_p \quad , \quad LL^2_{\langle k \rangle}, \text{lin}_p = LL^2_{\langle p \rangle}, \text{lin}_p ;$$

$$UU^1_{\langle k \rangle}, i(\langle 1 \rangle, \text{lin}) = UU^1_{\langle p \rangle}, i(\langle 1 \rangle, \text{lin}) ;$$

$$UU^2_{\langle k \rangle}, i(\langle 1 \rangle, \text{lin}) = UU^2_{\langle p \rangle}, i(\langle 1 \rangle, \text{lin}) \quad /i=1, \dots, 4/.$$

- dla reprezentanta $\langle ojt \rangle$ - obszaru jednorodnego trójkątnego stanowiącego element powierzchni płaskiego wielokąta - $rp_0^{\langle ojt \rangle} = (f(X_1/X_0 \text{OJT} ; X_1 \text{REG}/X_1 \text{REG})$ - tożsamościowe przekształcenie prymitywu reprezentacji otrzymanego w przetwarzaniu niskiego poziomu - $\text{REG} \in V_A^T(0)$.

Interpretacją symbolu f jest :

$$FF^{\langle \text{OJT} \rangle}, \text{lin}_t = x_1^{\text{lin}_t} ; \quad FF^{\langle \text{OJT} \rangle}, \text{hid} = x_1^{\text{hid}} ;$$

$$FF^{\langle \text{OJT} \rangle}, \text{tex} = x_1^{\text{tex}} .$$

$$t_a(i: \langle ojt \rangle) = [x_i = 000 \vee 001 \vee \dots \vee 111]$$

Zmienna o rodzaju "hid" wskazuje, które segmenty brzegu są wewnętrznymi elementami powierzchni płaskiego wielokąta, a które są elementami brzegu wielokąta.

$\text{syma}(V_A^D(2)) : \langle OJ \rangle \in H(\text{tex brzeg lseg}, \lambda)$

$\text{syma}(V_A^S(2)) : \langle ST \rangle \in H(\text{lint tex}, \lambda)$, $\langle SP \rangle \in H(\text{linp tex}, \lambda)$,
 $\langle SK \rangle \in H(\text{linp tex}, \lambda)$

brzeg / składana parametryczna funkcja liniowa /,

lseg / liczba segmentów liniowych w brzegu / $\in S$

$t_e(n : \langle za \rangle) =$ warunek zawierania się obszarów jednorodnych - jeden w drugim ,

$t_e(n : \langle we \rangle) =$ warunek wspólnych elementów brzegów,

$t_e(n : \langle wb \rangle) =$ warunek wspólnego brzegu .

Reguły podstawień :

$rp^{\langle st \rangle} = (f_st(X_1, X_2) / X_0 ST ; X_1 T / X_1 T X_2 OJ / X_2 OJ)$, gdzie interpretacją symbolu f_st jest

$FF(\langle st \rangle, \text{lint}) = x_1^{\text{lint}}$, $FF(\langle st \rangle, \text{tex}) = x_2^{\text{tex}}$.

$rp_1^{\langle st \rangle} = (l_st(X_1, X_2) / X_0 ST ; X_1 T / X_1 T (X_2 OJ / X_2 OJ, u1st / X_2 OJ^{\wedge}))$, gdzie

$LL^1(\langle st \rangle) = FF(\langle st \rangle)$,

$UU_{st}^1(\langle oj \rangle, \text{tex}) = x_0^{\text{tex}}$, $UU_{st}^1(\langle oj \rangle, \text{brzeg}) = x_0^{\text{lint}}$, $UU_{st}^1(\langle oj \rangle, \text{lseg}) = 3$.

Analogicznie $rp^{\langle sp \rangle}$, $rp_1^{\langle sp \rangle}$, $rp^{\langle sk \rangle}$, $rp_1^{\langle sk \rangle}$.

I=3

$\text{syma}(V_A^S(3)) : \langle CZ \rangle \in H(\text{lincz tex}, \lambda)$, $\langle PR \rangle \in H(\text{linpr tex}, \lambda)$;

lincz, linpr / rodzaje objętości zadane funkcjami liniowej interpolacji/.

$t_a(i : \langle st \rangle) = [x_i^{\text{tex}} = \text{"kropki"} \vee \text{"szachownica"}]$,

$t_a(i : \langle sp \rangle) = [x_i^{\text{tex}} = \text{"kropki"} \vee \text{"szachownica"}]$.

Reguły podstawień :

$rp_0^{\langle cz \rangle} = (f_cz(X_1, X_2) / X_0 CZ ; X_1 ST / X_1 ST \dots X_4 ST / X_4 ST)$

$FF(\langle cz \rangle, \text{lincz}) = (1-u) * x_1^{\text{lint}} + u * \text{WIERZCH}(x_2^{\text{lint}}, 2)$, $u \in \langle 0, 1 \rangle$
gdzie WIERZCH(x, 2) daje wierzchołek trójkąta $x(t)$ dla $t=2$.

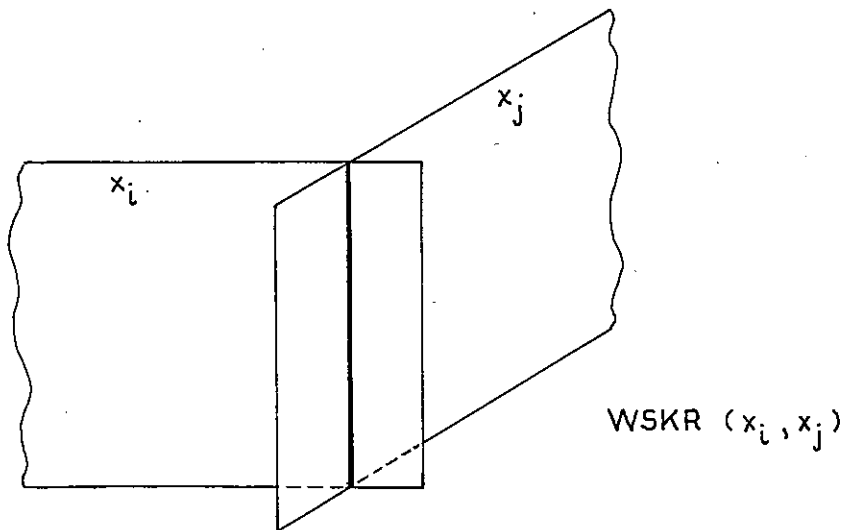
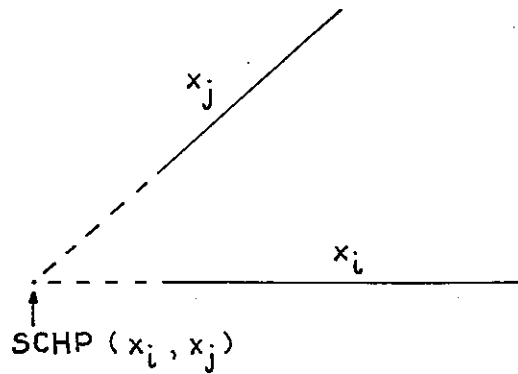
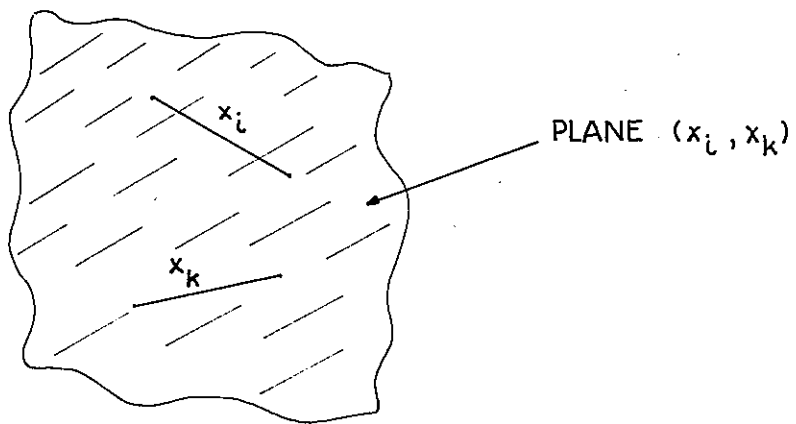
$FF(\langle cz \rangle, \text{tex}) = x_2^{\text{tex}}$

$rp_1^{\langle cz \rangle} = (l_cz(X_1, X_2) / X_0 CZ ; X_1 ST / X_1 ST X_2 ST / X_2 ST , (u1cz_3 / X_3 ST^{\wedge}) (u1cz_4 / X_4 ST^{\wedge}))$

$LL^1(\langle cz \rangle, -) = FF(\langle cz \rangle, -)$.

Interpretacjami symboli $u1cz_3$, $u1cz_4$ są funkcje dające przebieg przestrzenny i teksturę ścianek X_3 , X_4 na podstawie ścianek X_1 , X_2 .

$rp_0^{\langle pr \rangle} = (f_pr(X_1, X_2, X_3) / X_0 PR ; X_1 SP / X_1 SP \dots X_6 SP / X_6 SP)$



RYS. 4.9.

$$FF(\langle pr \rangle, linpr) = (1-u) * x_1^{linp} + u * TRAN(x_1^{linp}, WSKR(x_2^{linp}, x_3^{linp}));$$

$u \in \langle 0, 1 \rangle$

- gdzie $TRAN(x, k)$ - przesunięcie obszaru x o wektor k ,
 $WSKR(x_1, x_2)$ - wspólna krawędź płaszczyzn x_1, x_2 .

$$rp_1^{\langle pr \rangle} = (1 - pr(X_1, X_2, X_3) / X_0 PR ; X_1 SP / X_1 SP \dots X_3 SP / X_3 SP),$$

$$u1pr_4 / X_4 PR' \dots u1pr_6 / X_6 PR'$$

$$LL^1(\langle pr \rangle, -) = FF(\langle pr \rangle, -).$$

I=4

Jedynie równoważnościowe przekształcenie.

I=5

syma($V_A^S(5)$): $\langle ZB \rangle \in H(\text{ocz sk1 tex1 opr sk2 tex2}, \lambda)$.

ocz, opr /rodzaje początków lokalnych układów współrzędnych/,
 sk1, sk2 /względne wymiary brył/, tex1, tex2 /tekstury brył/

$$rp_0^{\langle zb \rangle} = (f_{-zb}(X_1, X_2) / X_0 ZB ; X_1 CZ / X_1 CZ X_2 PR / X_2 PR)$$

$$rp_1^{\langle zb \rangle} = rp_0^{\langle zb \rangle}$$

Ilustracją niektórych funkcji podanych w przykładzie jest rys. 4.9.

4.5.3 Semantyka J00

Atrybutowanie gramatyki J00 potraktuję w kategoriach rozszerzenia logiki predykatów I-szego rzędu.

Do zbiorów termów i formuł języka LS dodamy zbiór tzw. konfiguracji \mathcal{K} utworzony nad symbolami ze zbiorów:

O_A - oznaczenia atomów, O_E - oznaczenia n-łuków,

V_A, V_E - zbiory etykiet atomów wzgl. n-łuków,

"-" - symbol relacji etykietowania,

"DER" - symbol relacji wirtualnego bezpośredniego wyprowadzenia,

$\mathcal{P} = (P_l^i)_{i \in \mathbb{N}, l \in L}$ - symbole strukturalnych atomowych produkcji dla skończonego zbioru L ,

(,) - nawiasy; \rightarrow, \wedge - spójniki.

Definicja zbioru konfiguracji \mathcal{K} :

i) Strukturze $G \in WNSTR_0$ odpowiada zapis

$$k_G \equiv o_1 : a_1 \wedge \dots \wedge o_w : a_w \wedge e_1 : E_1 \wedge \dots \wedge e_z : E_z,$$

$$o_i \in G_A, m_A(o_i) = a_i \quad /i=1, \dots, w/,$$

$$e_i \in G_E, m_E(e_i) = E_i \quad /i=1, \dots, z/.$$

- ii) jeżeli $G, H \in \text{WNSTR}_0$, $p_1, \dots, p_k \in \mathcal{P}$ i $G \cap H = \emptyset$
to $\text{DER}(k_G, k_H, (p_1 \dots p_k)) \in \mathcal{K}$.
- iii) jeżeli $\varphi = (k_G, k_H, P_1) \in \mathcal{K}$, $\psi = (k_H, k_G, P_2) \in \mathcal{K}$ i $G \cap G' = \emptyset$
to $\varphi \rightarrow \psi \in \mathcal{K}$.
- iv) jeżeli $\varphi = (k_{G_1}, k_{G_2}, P_1) \rightarrow \dots \rightarrow (k_{G_{l-1}}, k_{G_l}, P_{l-1}) \in \mathcal{K}$,
 $\psi = (k_{G_1}, k_H, P_1) \in \mathcal{K}$ i $G_i \cap H = \emptyset / i=1, \dots, l /$
to $\varphi \rightarrow \psi \in \mathcal{K}$.

Językiem $W(\text{LS})$ nazywam zbiór $\mathcal{T} \cup \mathcal{F} \cup \mathcal{K}$.

Logika LS rozszerzona zostaje do logiki $W(\text{LS})$ przez dodanie jednej reguły wnioskowania - generalizacji konfiguracji - :

$\frac{\dots f(x)}{\forall y f'(y)}$ - gdzie f' jest konfiguracją powstałą z f przez zastąpienie zmiennej x zmienną y , zakładając, że y nie występuje w f .

Definicja 4.5.2

Realizacja języka $W(\text{LS})$ jest system

$$\mathcal{E}\mathcal{X} = \langle G, \text{Term}, (\text{RP}, \text{Zp}), \mathcal{X} \rangle \text{ gdzie}$$

G - gramatyka JOO nad zbiorem produkcji $P(W)$;

Term - jak w def. 3.3.5 : (h_A, t_a, t_e) ;

RP - zbiór reguł podstawień ;

$\text{Zp}: 2^{P(W)} \rightarrow \text{RP}$ - odwzorowanie produkcji w reguły podstawień spełniające h_A ;

\mathcal{X} - realizacja języka LS .

System $\mathcal{E}\mathcal{X}$ stanowi szczególny przypadek atrybutowanej równoległej gramatyki strukturalnej /def. 3.3.5/.

Definicja 4.5.3

Interpretacja w systemie $\mathcal{E}\mathcal{X}$ nazywamy każdą funkcję

$$\mathcal{E}\varphi: \mathcal{T} \cup \mathcal{F} \cup \mathcal{K} \rightarrow \mathbb{A} \cup \{0, 1\} \text{ taką, że :}$$

1. Na zbiorach \mathcal{T}, \mathcal{F} funkcja jest interpretacją φ w systemie \mathcal{X} .
2. Dla $G \in \text{WNSTR}_0$: $\mathcal{E}\varphi(k_G) = \varphi[(t_a, t_e)(k_G)]$.
3. $\mathcal{E}\varphi[\text{DER}(k_G, k_H, P)] = 1$

\Leftrightarrow

- $G \rightarrow H$ w gramatyce G za pomocą produkcji z P zawartych z dokładnością do izomorfizmu w $P(W)$,
- $\mathcal{E}\varphi(k_G) = \mathcal{E}\varphi(k_H) = 1$,

- $\forall (Z_p(2^{\mathbb{P}})) = \mathbb{1}$ tzn. gdy $\forall(t) = \forall(x)$ dla każdego $t/x \in \Theta X$,
każdego $\Theta X \subset rp$, każdej $rp \subset Z_p(2^{\mathbb{P}})$.

4. $\mathcal{E}\forall(\psi_0 \rightarrow \dots \rightarrow \psi_k) = \mathbb{1}$

\Leftrightarrow

- $\psi_0 = \text{DER}(k_{H_0}, k_{H_1}, P_0)$ i $H_0 \subset R^S \in G$,

- $\mathcal{E}\forall(\psi_i) = \mathbb{1}$ dla $i=0, \dots, k$.

Definicja 4.5.4

Jeśli $f \in \mathcal{K}$, $\mathcal{E}\forall$ jest interpretacją w systemie $\mathcal{E}\mathcal{L}$, to

$\langle \mathcal{E}\mathcal{L}, \mathcal{E}\forall \rangle \models f \Leftrightarrow \mathcal{E}\forall(f) = \mathbb{1}$.

Mówimy, że $\langle \mathcal{E}\mathcal{L}, \mathcal{E}\forall \rangle$ jest \mathcal{E} -modelem dla f .

Definicja 4.5.5

Niech $Q \subset \mathcal{K}$, $q \in \mathcal{K}$.

$Q \models q \Leftrightarrow$ dla dowolnej realizacji $\mathcal{E}\mathcal{L}$ języka $V(LS)$
i dowolnej interpretacji $\mathcal{E}\forall$ w systemie $\mathcal{E}\mathcal{L}$ zachodzi :

jeśli $\langle \mathcal{E}\mathcal{L}, \mathcal{E}\forall \rangle \models Q$ to $\langle \mathcal{E}\mathcal{L}, \mathcal{E}\forall \rangle \models q$.

Twierdzenie 4.5.6

Jeśli $Q \subset \mathcal{K}$, $q \in \mathcal{K}$ to warunki $Q \models q$, $Q \vdash q$ są równo-
ważne.

Dowód.

Na poziomie termów i formuł odpowiadających konfiguracjom z \mathcal{K}
własność ta spełniona jest dzięki temu, że logika LS jest pełna
a z definicji z VN-strukturami związane są zawsze klasy równo-
ważnych termów wzgl. formuł. Tym samym stosując regułę wnioskowa-
nia modus ponens nie wyjdziemy poza zadaną konfigurację.

Reguła generalizacji konfiguracji stanowi jedyny mechanizm roz-
strzygnięcia na poziomie konfiguracji o poprawności innych konfi-
guracji na podstawie zadanej, bez odwoływania się do poziomu LS.
Reguła ta wyraża jedynie własność bezpośredniego wyprowadzenia,
że poprawne syntaktycznie i semantycznie jest wyprowadzenie do-
wolnej struktury z klasy równoważnych, jeżeli tylko jedna struk-
tura tej klasy jest poprawna. c.n.o.

Niech $G \in W^T(0)NSTR_0$, $\gamma_0: hA^{-1}(G_A) \dashrightarrow A$. Pytanie o to, czy WN-struktura G przy wartościowaniu S-atrybutowanych zmiennych związanych z atomami z G_A należy do języka J00 jest równoważne pytaniu:

"Czy istnieje

1. konfiguracja $f \in \mathcal{K}$ której ostatnim zapisem struktury jest k_G ,
2. interpretacja \mathcal{E} w systemie \mathcal{EX} zawierającym podłożową gramatykę J00 i zachodzi -
- $\langle \mathcal{EX}, \mathcal{E} \rangle \models f$,
- $\gamma_0 \subset \varphi$. "

Tym samym problem analizy syntaktyczno-semantycznej w J00 wyraziliśmy w terminach logiki $V(LS)$.

W ogólności rozwiązanie tego problemu jest bardzo złożone. Zbadamy to zagadnienie tylko dla ograniczonej klasy konfiguracji.

4.6 Interpretacja konfiguracji

Podamy przebieg analizy semantycznej, czyli poszukiwania interpretacji zadanej konfiguracji. Ograniczamy się przy tym do konfiguracji spełniających tzw. warunek konieczny interpretacji. Wyodrębnienie takiej klasy konfiguracji jest możliwe dzięki restrykcjom języka J00 mówiącym o istnieniu dominantów i produkcji odtwarzających atomy pochodne.

Ograniczony zbiór konfiguracji

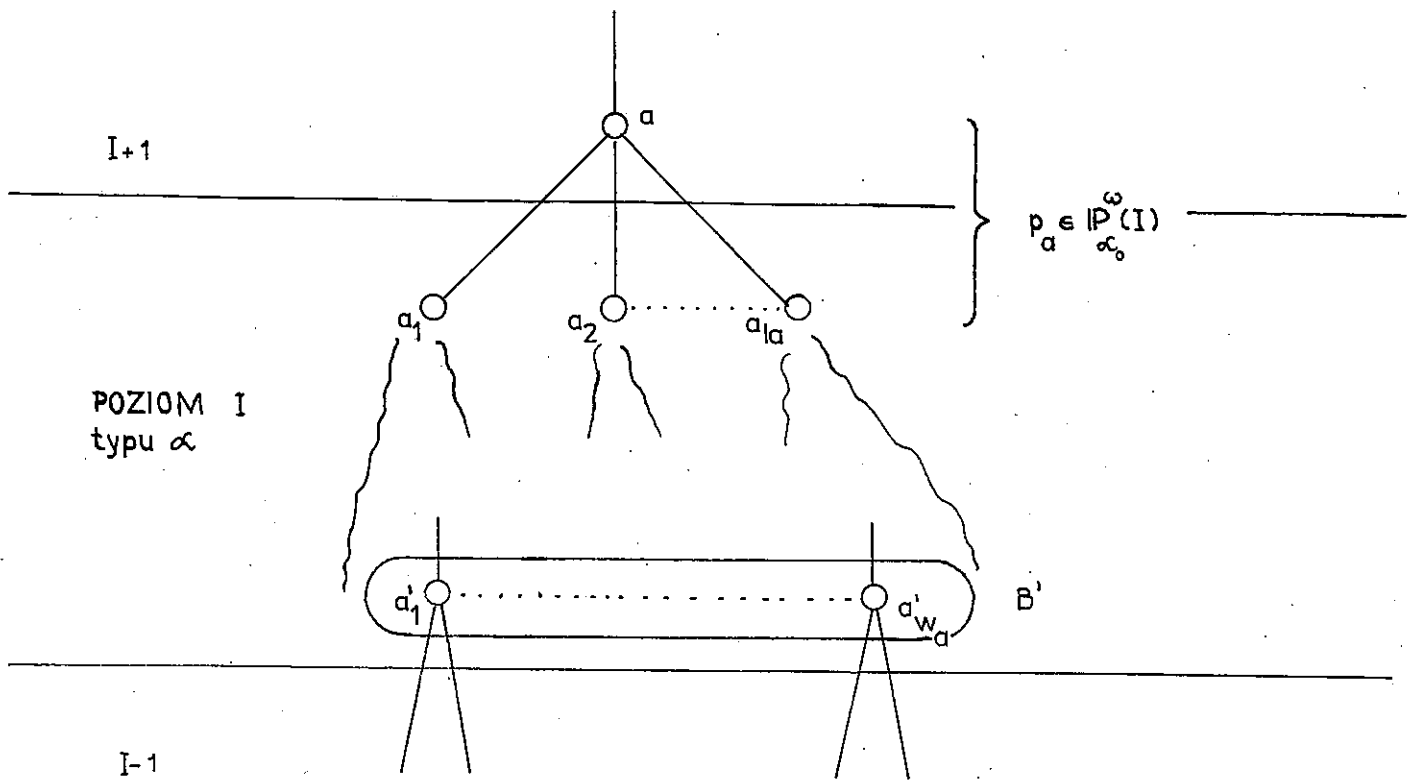
Niech będzie dany fragment konfiguracji obejmujący wyprowadzenie na poziomie I typu α /rys. 4.10 - zaznaczono tylko wyprowadzenia atomów/.

Lemat 4.6.1

Niech $B'_A = \{a_1, \dots, a_{w_a}\}$ - zbiór atomów struktury wyprowadzonej z atomu o etykiecie $a \in V_A^S(I)$ za pomocą produkcji z $P_{\alpha}^{\omega}(I)$, $P_{KL}(I)$, $P_{\alpha}(I)$, $P_{HID}(I)$. Interpretacja S-atrybutowanych zmiennych związanych z atomem o etykiecie "a" może być określona na podstawie interpretacji zmiennych związanych

z atomami B'_A , gdy istnieje dominant D^a i zachodzi:

1. Istnieje $b_1 \subset B'_A$ izomorficzne ze zbiorem atomów o etykietach podstawowych dominantu D^a ;



RYS. 4.10.

2. Istnieje $b_2 \subset B_A^1$, $b_2 \cap b_1 = \emptyset$ umożliwiające odtworzenie atomów o etykietach pochodnych dominantu D^a ;
3. Atomy z K^a związanego z dominantem D^a nie są atomami pierwszymi przesłaniań realizowanych w kroku $qHID(I)$.

Dowód.

Własność wynika bezpośrednio z restrykcji dotyczących dominantowości produkcji i reguł podstawień oraz z istnienia produkcji odtwarzających atomy o etykietach pochodnych. Zostały one tak przyjęte, aby własność zachodziła. c.n.o.

Dla konfiguracji spełniających powyższy lemat dla każdego atomu startowego poziomu typu α podamy efektywną metodę interpretacji. Wyróżniam w niej dwa etapy - interpretację wstępującą i zstępującą.

Interpretacja wstępująca

Zadaniem pierwszego etapu interpretacji jest rozszerzenie zadanego wartościowania początkowego φ_0 o wartościowanie wszystkich syntezowanych zmiennych występujących w regułach podstawień związanych z konfiguracją.

Abstrahując zagadnienie do poziomu VN-struktur i związanych z atomami symboli słownika $H(w, \bar{w})$ oraz symboli podstawień $\Theta_i X_i$, możemy ten etap interpretacji wyrazić w języku teorii equoidów /def. 3.1.9/. Definiuję w tym celu następującą teorię:

$$TV_{\Delta} = \langle \langle (V_{AW} \cup v), (V_{EW} \cup L), \Delta_w \rangle, E \rangle, \text{ gdzie}$$

V_{AW} - etykiety atomów występujących w produkcjach z $P_{\alpha_0}^w$, P_{OA} , P_{β}^w .

v - rodzaj Boole'a.

$V_{AW} \cup v$ - zbiór rodzajów teorii TV_{Δ} .

V_{EW} - etykiety n-łuków indeksowane przez ciągi etykiet atomów prawych struktur produkcji z P_{OA} , P_{β}^w - B_{rA}^a , względnie struktur dominantów dla $P_{\alpha_0}^w$;

$$V_{EW} = \left\{ e_w \mid e \in V_E, e_w: a_1 \dots a_k \rightarrow v, m_A(B_{rA}^a \text{ wzgl. } D_{aA}^n) = (a_1, \dots, a_k) \text{ dla } a \in V_A \right\}$$

$L = \{ l \mid l \subset \Theta_0 X_0 \subset Zp(p) \text{ dla } p \in P_{OA} \cup P_{\beta}^w \cup P_{\alpha_0}^w \}$ - symbole podstawień występujące w $\Theta_0 X_0$ -regułach podstawień odpowiadających produkcjom z podanych zbiorów.

$V_{EW} \cup L$ - zbiór operatorów teorii TV_{Δ} .

$\Delta_w: L \dashrightarrow W(V_{EW})$, $\Delta_w(1)$ - system równań termów teorii warunkujący Ω -interpretację operatora 1, odpowiadający n-łukom prawej strony wzgl. dominanta produkcji p następująco: z każdym n-łukiem $e(a_1 \dots a_j) \in (D_{a_E}^n$ wzgl. $B_r^a)$ przy $m_A(D_{a_A}^n$ wzgl. $B_r^a) = (a_1 a_2 \dots a_k) = w$; związane jest równanie termów postaci $e_w(c_1 \dots c_{i-1} x_i c_{i+1} \dots c_{j-1} x_j \dots c_k) = 1$, gdzie "c" - stałe określonych rodzajów, "x" - zmienne określonych rodzajów.

E - zbiór aksjomatów w postaci implikacji.

Twierdzenie 4.6.2

Każdej interpretacji wstępującej konfiguracji spełniającej lemat 4.6.1 odpowiada konstrukcja w TV $_{\Delta}$ -algebrze termów równaniowo-częściowej teorii algebraicznej TV $_{\Delta}$.

Dowód.

W teorii TV $_{\Delta}$ wyróżniamy podteorie dla każdego poziomu $I=0, \dots, W$, różniące się równaniowo-częściowymi dziedzinami operatorowymi.

Te ostatnie są postaci:

$$\Omega V^I = \langle V_{Aw}^I \cup v, V_{Ew}^I \cup L^I, \Delta_w^I \rangle \quad \text{dla } I=0, \dots, W-1;$$

Poszczególne zbiory symboli odpowiadają etykietom WN-struktur, produkcjom i podstawieniom występującym na poziomach $i=0, \dots, I$.

W zależności od typu poziomu $I, I=1, \dots, W-1$ / rozszerzenie dziedziny ΩV^{I-1} do ΩV^I przebiega w różny sposób. Podczas interpretacji wstępującej rozważamy trzy przypadki rozszerzenia:

- A. Dla poziomu typu α_0 - występują produkcje $P_{\alpha_0}^{\omega}(I)$,
- B. Dla poziomu typu β - występują produkcje $P_{\beta}^{\omega}(I)$,
- C. Dla poziomu typu α - występują produkcje $P_{\alpha}^{\omega}(I)$ $P_{O_A}^{\omega}(I)$.

Rozszerzenie w przypadku A. jest jednostopniowe:

$$\Omega V^{I-1} \rightarrow \Omega V^I = \langle V_{Aw}^I \cup v, V_{Ew}^I \cup L^I, \Delta_w^I \rangle, \text{ gdzie}$$

$$V_{Aw}^I = V_{Aw}^{I-1} \cup \{ a \mid a \in V_A^S(I), p_a \in P_{\alpha_0}^{\omega}(I) \},$$

$$V_{Ew}^I = V_{Ew}^{I-1} \cup \{ e_w \mid e \in V_E(I), w = m_A(D_{a_A}^n) \text{ i } e \in m_E(D_{a_E}^n), a \in V_A^S(I) \},$$

$$L^I = L^{I-1} \cup \{ 1 \mid 1 \in \Theta_{O_A} X_{O_A} \subset Z_p(P_{\alpha_0}^{\omega}(I)) \}.$$

$$\Delta_w^I: L^I \dashrightarrow W(V_{Ew}^I) \text{ takie, że } \Delta_w^I \upharpoonright L^{I-1} = \Delta_w^{I-1}.$$

Łatwo widać, że TV $_{\Delta}^I$ -algebra termów B^I jest wolnie generowana przez TV $_{\Delta}^{I-1}$ -algebrę B^{I-1} tzn. rozszerzenie dziedziny ΩV^{I-1} do ΩV^I ma charakter restrypcji początkowej /def. 3.1.11/ w teorii TV $_{\Delta}^I$. Dla każdej konstrukcji w TV $_{\Delta}^I$ -algebrze termów istnieje uni-

kalny homomorfizm w dziedzinę semantyczną jej części tworzonej na poziomie I.

Interpretacji wstępującej na poziomie typu \mathcal{L}_0 odpowiadają następujące konstrukcje w algebrze B^I :

- zadany jest zbiór Ω_{WE}^I - atomy struktury końcowej poz. I wraz z wartościowaniem wyliczonym poprzednio ;
- krok 1 : powielenie konstrukcji w algebrze B^{I-1} odpowiadające rozklejeniom n-tego stopnia tych atomów z Ω_{WE}^I , które występują w n zbiorach atomów dominantów zastosowanych do konstrukcji atomów struktury startowej poz. I ; dające zbiór Ω_{WY}^I ;
- krok 2 : Ω -interpretacja konstrukcji utworzonych w TV_{Δ}^I -algebrze B^I dla zbioru Ω_{WY}^I ; dające zbiór Ω_{WE}^{I+1} .

W przypadku B. rozszerzenie dziedziny operatorowej jest dwustopniowe. Pierwszy stopień związany jest z produkcjami ze zbioru $P_{\beta}^{\omega}(I) - P_{\beta_0}^{\omega}(I)$ i prowadzi do dziedziny operatorowej

$$\Omega V^{Ip} = \langle V_{AW}^{Ip} \cup v, V_{EW}^{Ip} \cup L^{Ip}, \Delta_W^{Ip} \rangle, \text{ gdzie m.in.}$$

$$V_{AW}^{Ip} = V_{AW}^{I-1} \cup \{W_i^a \mid i=1, \dots, m_a, p_a \in P_{\beta_0}^{\omega}(I)\} \cup \{K_i^a \mid i=1, \dots, l_a\}.$$

Powyższe rozszerzenie nie ma charakteru restrikcji początkowej. Drugi stopień związany jest ze zbiorem produkcji $P_{\beta_0}^{\omega}(I)$ i stanowi rozszerzenie dziedziny operatorowej ΩV^{Ip} do

$$\Omega V^I = \langle V_{AW}^I \cup v, V_{EW}^I \cup L^I, \Delta_W^I \rangle, \text{ gdzie m.in.}$$

$$V_{AW}^I = V_{AW}^{Ip} \cup \{a \mid p_a \in P_{\beta_0}^{\omega}(I)\}.$$

Rozszerzenie $\Omega V^{Ip} \triangleleft \Omega V^I$ ma charakter restrikcji początkowej.

Interpretacji wstępującej na poziomie typu β odpowiadają następujące konstrukcje w algebrze B^I :

- dany jest zbiór Ω_{WE}^I - atomy struktury końcowej poz. I wraz z wartościowaniem ;
- krok 1 : powielenie konstrukcji w algebrze B^{I-1} odpowiadające operacji odwrotnej do $KL(I)$ w zadanej konfiguracji - powstaje zbiór Ω_{WY}^{Ip} ;
- krok 2 : iteracyjne Ω -interpretacje konstrukcji tworzonych w algebrze B^{Ip} dla zbioru Ω_{WY}^{Ip} aż powstanie zbiór Ω_{WE}^{Ip} złożony wyłącznie z atomów o etykietach K_i^a, W_j^a dla $p_a \in P_{\beta_0}^{\omega}(I)$, $/i=1, \dots, l_a, j=1, \dots, m_a/$;
- krok 3 : Ω -interpretacja konstrukcji powstałych w algebrze B^I dla zbioru Ω_{WE}^{Ip} - powstaje zbiór Ω_{WE}^{I+1} .

W przypadku C. rozszerzenie jest złożeniem obu poprzednich przypadków. Najpierw mamy dwustopniowe rozszerzenie odpowiadające

produkcjom ze zbioru $\mathbb{P}_{OA}(I)$, jak dla przypadku B. a następnie jednostopniowe dla produkcji $\mathbb{P}_{\alpha}^{\omega}(I)$.

Tym samym interpretację każdego atomu struktury startowej konfiguracji możemy abstrahować do konstrukcji w TV_{Δ} -algebrze termów i jej Ω -interpretacji. c.n.o.

Interpretacja zstępująca

W drugim etapie określamy najpierw interpretację formuł odpowiadających n-łukom struktury startowej. Następnie zachowując kolejność wyznaczoną przez bezpośrednie wyprowadzenie wykonujemy:

- wartościowanie S-atrybutowanych zmiennych o dziedziczonych rodzajach zgodnie z zastosowanymi regułami podstawień,
- interpretację formuł odpowiadających n-łukom powstałym dzięki regułom wstawiania zastosowanych produkcji.

Semantyczna zgodność formuł odpowiadających n-łukom prawych struktur zastosowanych produkcji

- sprawdzana była podczas interpretacji wstępującej - dla \mathbb{P}_{β} i struktur dominantów z $\mathbb{P}_{\alpha_0}^{\omega}$;
- wynika z zastosowanego dominantu - dla struktur położenia z $\mathbb{P}_{\alpha}^{\omega}$
- wynika z semantycznej zgodności formuł odpowiadających atomom prawych stron zastosowanych produkcji - dla \mathbb{P}_{α_g} , \mathbb{P}_{KL} , \mathbb{P}_{HID} .

Oba etapy interpretacji wzajemnie się uzupełniają, nadając wartość semantyczną wszystkim elementom konfiguracji. Poza tym dokonują czasami interpretacji zmiennych odpowiadających tym samym atomom. Np. atomy struktur końcowych poziomów typu α są interpretowane zarówno podczas pierwszego, jak i drugiego etapu.

Lemat 4.6.3

Niech $K \in \mathcal{K}$, $\mathcal{E}\mathcal{F}$ - interpretacja dwuetapowa /wstępująca i zstępująca/ taka, że $\mathcal{E}\mathcal{F}(K) = \mathbb{1}$.

Dla każdego atomu $(i:a)$ konfiguracji K takiego, że $hA(X_i \wedge) = i:a$, $X_i \wedge = (h, h') \in H(w, \bar{w})$ zachodzi $\mathcal{E}\mathcal{F}(X_i h) = \mathcal{E}\mathcal{F}(X_i h')$.

Dowód.

Jeżeli $\mathcal{E}\mathcal{F}(K) = \mathbb{1}$, to prawidłowe były założenia wyrażone zastosowanymi w etapie interpretacji wstępującej dominantowymi regułami podstawień oraz związanymi z produkcjami odtwarzającymi aproksymację atomów pochodnych regułami podstawień. Jeżeli tak,

to atomom dominatorów wzgl. struktur aproksymujących można nadać tylko tę samą interpretację w etapie zstępującym, jaką uzyskały w etapie wstępującym - co wynika z założenia o częściowej odwrotności kroku przesłaniania i zawierania się zbioru VN-struktur wygenerowanych za pomocą $P_{\mathcal{G}}(I)$ w zbiorze wygenerowanym za pomocą $P_{OA}(I)$.

c.n.o.

Istotnym warunkiem koniecznym podanej metody interpretacji konfiguracji jest równość wartościowania zmiennych syntezowanych z wartościowaniem zmiennych dziedziczonych odpowiadających temu samemu atomowi.

Twierdzenie 4.6.4

Zbiór klas równoważnych składniowo wyrażeń języka JOO analizowanych metodą dwuetapowej interpretacji jest rekurencyjnie przeliczalny.

Dowód.

Rekurencyjność stosowania produkcji z $P_{\mathcal{P}}$ wzgl. $P_{\mathcal{G}}$ powoduje, że sentencje wyprowadzone w gramatyce JOO mogą posiadać teoretycznie nieskończone liczby atomów. Przy skończonym alfabecie W liczba różnych VN-struktur nad danym zbiorem atomów jest skończona. Tym samym zbiór klas równoważnych sentencji jest rekurencyjnie przeliczalny.

Zadaną klasę sentencji można osiągnąć zapewne w różny sposób tzn. istnieją dla niej różne konfiguracje. Ale po odrzuceniu bezpośrednich wyprowadzeń, w których zastosowano jedynie tożsamościowe produkcje, liczba różnych konfiguracji jest skończona. Konstrukcje otrzymane podczas interpretacji wstępującej tworzą zbiór rekurencyjnych funkcji. Dziedziny semantyczne dla atomów terminalnych są skończone, więc wartością konstrukcji jest zawsze ciąg wartości ze skończonych zbiorów. A więc każdej klasie sentencji można nadać co najwyżej /gdyż funkcje są częściowe/ skończoną liczbę znaczeń. Tym samym zbiór klas równoważnych składniowo wyrażeń analizowanych dwuetapową metodą jest rekurencyjnie przeliczalny.

c.n.o.

4.7 Rzeczywiste konfiguracje

Konfiguracja jest abstrakcją rzeczywistych struktur danych uzyskiwanych w procesach analizy /interpretacja wstępująca/ i generacji opisu obrazu /interpretacja zstępująca/. N-łuki o etykietach sklejenia i przesłaniania modelują zależności w przestrzeni 3-wymiarowej zachodzące między elementami reprezentacji na tym samym poziomie topologicznym. Cechą tych związków jest dekomponowalność - możliwość rozłożenia na zbiór zależności bardziej "szczegółowych" na niższym poziomie topologicznym. Etykiety końcowe sklejenia i przesłaniania reprezentują związki "nierozkładalne", określające "explicite" wspólne elementy topologiczne wzgl. sposób wzajemnego przesłaniania dwóch elementów. Interpretację zstępującą możemy uważać za jednoczesne wykonanie dwóch algorytmów rzeczywistych - eliminacji równoważnych elementów i eliminacji niewidocznych elementów w grafice komputerowej. Dokładniejsze formalne ujęcie algorytmu eliminacji niewidocznych powierzchni/linii jest trudne. Prezentowane np. w [ENC 83, HOR 84] modele wychodzą z założenia dekomponowalności problemu na zbiory stosowanych w odpowiedniej kolejności i do odpowiednich elementów topologicznych testów podstawowych, np. sprawdzanie przecinania się dwóch elementów, położenia punktu względem zadanej powierzchni "zamkniętej", porównanie głębi położenia dwóch punktów, testowanie nachylenia ścianki płaskiej względem promienia rzutowania itd.

Dla interpretacji zstępującej zasadnicze znaczenie ma poprawne określenie związków sklejenia i przesłaniania w strukturze startowej. Redukuje to przestrzeń poszukiwania takich związków na poziomie bezpośrednio niższym tylko do takich, które mogą być wyprowadzone ze związków wyższego poziomu. Analogicznie dzieje się na niższych poziomach.

Wcześniejsze przykłady pozwalają na przybliżenie rzeczywistych struktur danych W-hierarchii modelowanych przez JOO.

Poziom 0 jest typu \mathcal{L}_0 .

Elementami topologicznymi są wierzchołki, segmenty liniowe i elementarne obszary jednorodne.

Poziom 1 jest typu \mathcal{L} .

Operuje na krawędziach liniowych /atomy podstawowe/ i zakrzywionych /atomy pochodne/. Występuje krok przesłaniania dla krawędzi

liniowych.

Poziom 2 jest typu α .

Atomami podstawowymi są krawędzie zamknięte i obszary jednorodnie płaskie, zaś pochodnymi - obszary zakrzywione. Dla elementarnych obszarów jednorodnych występuje krok przesłaniania.

Poziom 3 jest typu α_0 .

Operuje na ściankach. Krok przesłaniania dotyczy wzajemnego przesłaniania się ścianek należących do jednego ciała.

Poziom 4 jest typu β .

Oddaje iteracyjną budowę brył złożonych z widocznych ciał.

Poziom 5 jest typu α_0 .

Operuje na bryłach. Występuje krok przesłaniania, który dotyczy zupełnego przesłaniania brył.

Atomy startowe reprezentują grupy brył - obiekty.

5. STRATEGIA ROZPOZNAWANIA W SYSTEMIE RO

Strategię rozpoznawania stosowaną w systemie RO /pkt. 2.2/ wyrażę w terminach analizy syntaktyczno-semantycznej języków klasy JOO. Podam zarys implementacji tej strategii wykorzystując zapis mnemotechniczny oparty na języku ALGOL.

Przestrzeń rozpoznawania systemu RO wyznaczona jest przez skończoną liczbę języków JOO. Różnią się one VN-strukturami początkowymi, ale posiadają niesprzeczną semantykę tzn. niesprzeczne odwzorowania VN-struktur w elementy języka LS i niesprzeczne realizacje języka LS.

Zbiór DANE WEJSCIOWE podlegający rozpoznawaniu abstrahujemy do postaci

$$(DW, \Upsilon_0),$$

gdzie DW - zbiór atomów; $\Upsilon_0: XH \rightarrow A$, $hA(XH) = DW$ - wartościowanie początkowe.

Rozwiązanie problemu rozpoznawania dla pary (DW, Υ_0) polega na generacji konfiguracji regularnej i jej interpretacji przy której konfiguracja ta jest zgodna semantycznie, takich, że atomy struktury końcowej i ich wartościowanie są największym z uwagi na pewien system kryteriów podzbiorem (DW, Υ_0) .

5.1 Tworzenie hipotez

Proces T1 jest pierwszym z trzech procesów tworzących strategię rozpoznawania systemu RO. Tworzy on zbiór wszystkich możliwych z punktu widzenia języków opisu obiektów systemu RO interpretacji wstępujących dla każdego podzbioru (DW, Υ_0) . W porównaniu z interpretacją zadanej konfiguracji analiza syntaktyczna przebiega jednocześnie z semantyczną analizą.

Na poziomie VN-struktur stosowaną metodę analizy abstrahujemy do problemu dopasowania struktur dominantów wzgl. prawych stron produkcji do podstruktur opisujących obraz. Reprezentacja informacji o obrazie w postaci struktur relacyjnych i analiza oparta o poszukiwanie morfizmów struktur opisu w struktury wzorców są znane [BAR 72, HAY 76, RAD 82]. W realizacji dopasowania VN-struktur wykorzystuję dyskretną relaksację [ROS 76].

Ciało procedury T1 :

```

for I:=0 until W-1 do
begin
  CREATE(I);
  if type(I) =  $\alpha_0$  then
  begin MATCHING (D(I)) ; ALFA-CONSTRUCT(I+1) end
  else if type(I) =  $\beta$  then
  begin MATCHING(N $\beta$ (I)) ; EXPAND(I, $\beta$ ) ;
    BETA-CONSTRUCT(I+1, $\beta$ ) end
  else begin MATCHING(N $_{OA}$ (I)) ; EXPAND(I,OA) ;
    BETA-CONSTRUCT(I',OA) ;
    CREATE(I') ;
    MATCHING (D(I')) ; ALFA-CONSTRUCT(I+1)
  end
end;

```

T1 wykorzystuje podprocedury 4. rodzajów -

- * CREATE - tworzy maksymalną VN-strukturę C^I nad zbiorem atomów "warstwy" $M\Omega_{WE}^I$ semantycznie zgodną przy interpretacji $f^I \in M\Omega_{WE}^I$.
- * MATCHING - dopasowanie wzorców /dominanty, struktury minimalne poz. β , struktury minimalne dla odtworzenia aproksymacji/ z podstrukturami C^I dające relacje zgodności atomów nazywane "karnacjami".
- * EXPAND - liczba wzorców dla poziomu typu β wzgl. procesu odtworzenia aproksymacji jest potencjalnie nieskończona - następuje rozszerzenie dopasowań danych "karnacjami" do relacji zgodności atomów z C_A^I z maksymalnymi wzorcami.
- * ALFA-, BETA-, CONSTRUCT - "karnacje" wyznaczają warstwy $M\Omega_{WY}^I$, wzgl. $M\Omega_{WY}^I$ - zastosowanie do nich produkcji i reguł podstawień prowadzi do konstrukcji warstwy $M\Omega_{WE}^{I+1}$ wzgl. $M\Omega_{WE}^I$.

Wynikiem procesu T1 jest sieć hipotez złożona z :

- W par warstw ($M\Omega_{WE}^{I+1}$, $M\Omega_{WY}^I$) /I=0,...,W-1/ i warstwy $M\Omega_{WE}^0$;
- par warstw ($M\Omega_{WE}^{I'}$, $M\Omega_{WY}^{I'}$) dla poziomów I typu α ;
- związków $M\Omega_{WY}^I = \text{PODST}^I(M\Omega_{WE}^{I+1})$ /I=0,...,W-1/ ;
- związków $M\Omega_{WY}^{I'} = \text{PODST}^{I'}(M\Omega_{WE}^{I'})$ dla poziomów I typu α ;
- związków $M\Omega_{WE}^I = \text{ROZKL}^I(M\Omega_{WY}^I)$ dla poziomów I typu α_0, β ,
lub związków $M\Omega_{WE}^I = \text{ROZKL}^I(M\Omega_{WY}^{I'})$, $M\Omega_{WE}^{I'} = \text{ROZKL}^{I'}(M\Omega_{WY}^I)$,

dla poziomów I typu α .

5.2 Procedura CREATE(I)

Danymi dla tej procedury są elementy tzw. warstwy

$$M\Omega_{WE}^I = (C_A^I, \varphi^I) \quad /I=1, \dots, W-1/$$

wzgl. $M\Omega_{WE}^0 = (DW, \varphi_0) \quad /I=0/$,

gdzie

C_A^I - zbiór atomów o etykietach z $V_A^S(I-1)$ otrzymanych w konstrukcji hipotez na poziomie I-1 ;

φ^I - interpretacja otrzymana w wyniku rozszerzenia interpretacji φ^{I-1} o konstrukcje hipotez na poziomie I-1 .

Przy zadanej semantyce języków JOO wynikiem procedury jest maksymalna WN-struktura C^I nad zbiorem atomów C_A^I semantycznie zgodna przy interpretacji φ^I .

W praktyce C^I tworzona jest przez wyspecjalizowane algorytmy z proceduralnej części reprezentacji wiedzy systemu, badające zachodzenie danego związku reprezentowanego n-żukiem poziomu I.

Oto kilka przykładów takich algorytmów.

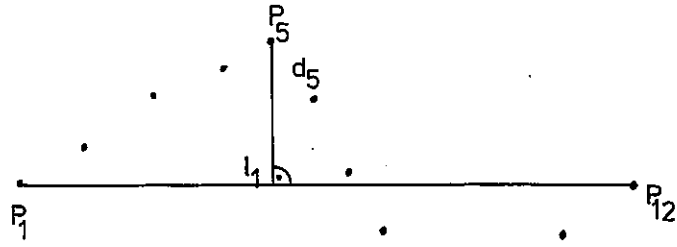
procedure segment liniowy(L) \in CREATE(0) ;

parametr L = (P₁, P₂, ..., P_x) - lista punktów w przestrzeni 3-wymiarowej tworzących kontur . Ideę algorytmu wyjaśnię na przykładzie.

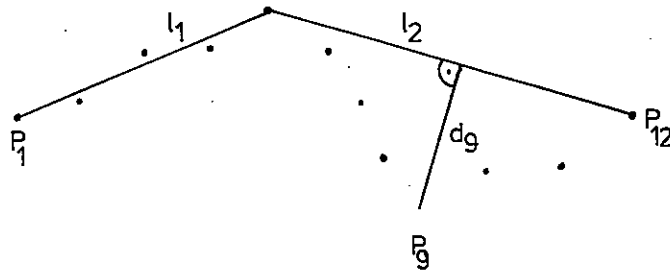
Dana jest lista L = (P₁, ..., P₁₂). Łączymy punkt początkowy i końcowy prostą l₁. Wyliczamy odległości wszystkich punktów d_i od prostej l₁. Punkt o największej wartości d wybierany jest za pierwszy punkt załamania linii załamanej /rys. 5.1.a/. Dla tak powstałych dwóch linii prostych ponawia się wyliczanie odległości d_i punktów p_i od odpowiedniej prostej. Następnym punktem załamania jest p₉ /rys. 5.1.b /. Algorytm kończy się, gdyż żaden punkt nie leży w odległości większej od zadanego progu /rys. 5.1.c /.

procedure współpłaszczyznowe (ll) \in CREATE(1) ;

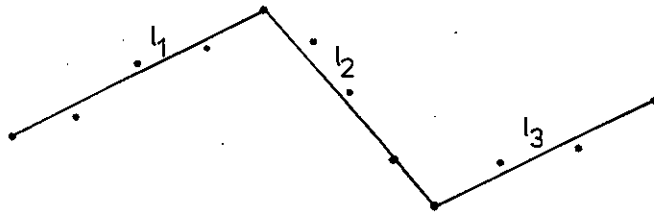
ll - lista segmentów liniowych. Zadaniem jest stwierdzenie, czy wszystkie segmenty są współpłaszczyznowe. Bierzemy dwa segmenty opisane czterema punktami brzegowymi. Wyliczamy równanie płaszczyzny przechodzącej przez trzy z tych punktów i badamy odleg-



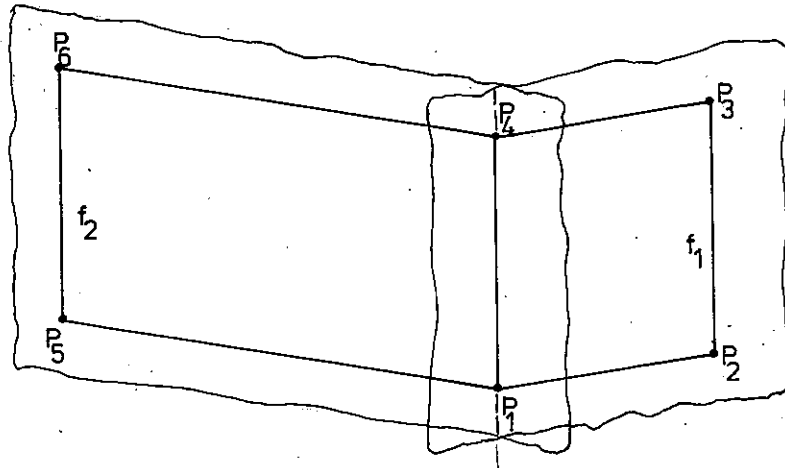
RYS. 5.1.(a)



RYS. 5.1.(b)



RYS. 5.1.(c)



RYS. 5.2.

łość od niej czwartego punktu. Jeżeli jest ona mniejsza od zadanego progu czułości, to uznajemy segmenty za współpłaszczyznowe. Następnie pierwszy z segmentów porównujemy z następnym segmentem listy l1, itd.

procedure wspólna krawędź (ss) ∈ CREATE 2 ;

ss - lista ścianek . Jednym ze sposobów sprawdzenia tej własności jest wyliczenie przecięć wszystkich par ścianek danych w liście ss /rys. 5.2/.

5.3 Procedura MATCHING(W(I))

Parametrem jest zbiór wzorców poziomu I - W(I) :

$$D(I) = \{ d_i^a \mid d_i^a \in D^a, a \in V_A^S(I), \text{type}(I) = \alpha \}, \text{ lub}$$

$$N_\beta(I) = \{ N^a \mid a \in V_A^S(I), \text{type}(I) = \beta \}, \text{ lub}$$

$$N_{OA}(I) = \{ N^a \mid a \in V_A^D(I), \text{type}(I) = \alpha \} \cup \{ a \mid a \in V_A^T(I), \text{type}(I) = \alpha \}.$$

Dla każdego wzorca atomu o etykiecie "a" - Z^a należy wyznaczyć izomorficzne z nim podstruktury w C^I .

Definicja 5.3.1

Relacja inkarnacji VN-struktury Z^a w strukturze C^I nazywam podzbiór iloczynu kartezjańskiego $G(Z^a) \subseteq (C_A^I)^n$, że

$$G(Z^a) = \{ (b_1 \dots b_n) \mid \exists \eta_a : C \dashrightarrow Z^a, C \subset C^I, C_A = (b_1, \dots, b_n), \eta_a - \text{izomorfizm} \}.$$

W wyznaczeniu relacji inkarnacji wyróżniam dwa kroki. Najpierw określam tzw. relację zgodności, zwykle niższego stopnia aniżeli relacja inkarnacji, związaną z porównywaniem pojedynczych n-łuków obu badanych VN-struktur C^I, Z^a .

Definicja 5.3.2

Relacja zgodności struktury C^I ze wzorcem Z^a nazywam relację $R_{ZG}(Z^a) \subseteq (Z_A \times C_A^I)^N$, taką, że istnieje VN-morfizm $f : Z_1^a \dashrightarrow C_1$, $f_A(a_i) = b_i \ / i=1, \dots, N /$, $Z_{1A}^a = (a_1, \dots, a_N) \subset Z_A^a$, $C_{1A} = (b_1, \dots, b_N) \subset C$ i $r_1 = (a_1 b_1, \dots, a_N b_N) \in R_{ZG}(Z^a)$.

W drugim kroku stosując algorytm typu "backtracking"/z nawrotami/, na podstawie relacji zgodności wyznaczam "inkarnacje" dla Z_A^a

Definicja 5.3.3

Niech $R_{ZG}(Z^a) = (Z_A^a \times C_A^I)^N$ - relacja zgodności, $Z_A^a = (a_1, \dots, a_n)$,

$f_A: Z_A^a \rightarrow (b_1, \dots, b_n)$ - N-morfizm taki, że $f_A(a_i) = b_i$,

$b_i \in C_A^I / i=1, \dots, n/$.

Powiemy, że ciąg $(b_1 \dots b_n)$ tworzy inkarnację atomów z Z_A^a , jeśli dla każdej N-tki $(a_{1_1} \dots a_{1_N})$ i $a_i \in Z_A^a / i=1_1, \dots, 1_N/$ zachodzi - 2N-tka $(a_{1_1} b_{1_1}, \dots, a_{1_N} b_{1_N}) \in R_{ZG}(Z^a)$, $f_A(a_i) = b_i / i=1_1, \dots, 1_N/$.

Można pokazać, że problem wyznaczenia $G(Z^a)$, czyli znalezienia wszystkich inkarnacji Z^a w strukturze C^I , na podstawie $R_{ZG}(Z^a)$ jest NP-zupełny [MAC 77].

Relacja zgodności powstaje wskutek porównywania atomów i n-łuków obu WN-struktur. Dla każdego n-łuku z Z^a ograniczamy pełną relację zgodności o 2N-tki nie spełniające warunku istnienia w C^I odpowiedniego izomorficznego n-łuku.

Jeśli chodzi o stopień relacji zgodności, to przyjmuję, że N odpowiada najdłuższemu n-łukowi struktury Z^a . Przyjęcie relacji o niższym stopniu wymagałoby rzutowania 2n-tek spełniających więzy wyższego stopnia na zbiór 2N-tek.

Niech $R \subseteq (A \times B)^n$, $A = (a_1, \dots, a_n)$, B - skończony zbiór.

Rzutowaniem relacji R na m-wymiarowe podprzestrzenie przestrzeni $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$ nazywam relację

$$R_m = \left\{ (a_{i_1} b_{i_1}, \dots, a_{i_m} b_{i_m}) \mid (a_1 b_1, \dots, a_{i_1} b_{i_1}, \dots, a_{i_m} b_{i_m}, \dots, a_n b_n) \in R, (i_1, \dots, i_m) \text{ m-elementowy podzbiór zbioru } \{1, \dots, n\} \right\}$$

Uogólniając własność dowodzoną przez Montanariego [MON 74] dla rzutowań binarnych twierdzę :

Relacja R_m uzyskana w wyniku rzutowania relacji $R \subseteq (A \times B)^n$ reprezentuje 2n-arną relację R' taką, że $R \subseteq R'$. Nie istnieje relacja R'_m , która reprezentowałaby 2n-arną relację $R'' \subseteq (A \times B)^n$ taką, że $R \subset R'' \subset R'$.

Przykład 5.3.4

$A = (1, 2, 3)$, $B = \{a, b\}$.

$R = \{(1 a, 2 a, 3 a), (1 a, 2 b, 3 b), (1 b, 2 b, 3 a)\}$

Rzutowanie na podprzestrzenie 2-wymiarowe

$R_2 = \{(1 a, 2 a), (1 a, 2 b), (1 b, 2 b), (2 a, 3 a), (1 b, 2 b, 3 a), (2 b, 3 b), (2 b, 3 a), (1 a, 3 a), (1 a, 3 b), (2 a, 3 b)\}$

Indukowana relacja 2n-arna

$$R' = \{ (1 \text{ al}, 2 \text{ al}, 3 \text{ al}), (1 \text{ al}, 2 \text{ be}, 3 \text{ be}), (1 \text{ be}, 2 \text{ be}, 3 \text{ al}), (1 \text{ al}, 2 \text{ be}, 3 \text{ al}) \}$$

$$R \subset R'$$

Z powyższej własności wynika, że zrzutowanie relacji zgodności na podprzestrzenie może prowadzić do zmniejszenia więzów reprezentowanych tą relacją. Spowoduje to wygenerowanie do zbioru inkarnacji $G(Z^a)$ n-tek nie spełniających początkowej relacji zgodności.

Relację R_N stopnia $2N$ można uważać za rodzinę relacji stopnia N /nazywaną przez Montanariego siecią relacji/ -

$$SR_N = \left\{ R_{N_k} \subseteq B^N \mid k=1, \dots, \binom{N}{N} \right\},$$

$$R_{N_k} = \left\{ (b_{i_1}, \dots, b_{i_N}) \mid N_k = (a_{i_1} \dots a_{i_N}), (a_{i_1} b_{i_1}, \dots, a_{i_N} b_{i_N}) \in R_N \right\}$$

Wśród sieci reprezentujących relacje stopnia $2n$ stanowiące podzbiory tego samego iloczynu kartezjańskiego zbiorów określamy porządek - $SR'_N \subseteq SR''_N \iff R'_{N_k} \subseteq R''_{N_k} / k=1, \dots, \binom{N}{N} /$.

Montanari [MON 74] pokazał, że istnieje sieć minimalna / z uwagi na \subseteq / wśród sieci reprezentujących relację $2n$ -tego stopnia R za pomocą relacji stopnia N , oraz udowodnił :

" Warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, aby sieć SR_N była minimalna jest, że jeśli dowolna N -tka "w" spełnia relację $R_{N_k} \in SR_N$, to istnieje n -tka "W" spełniająca SR_N taka, że jej rzut na podprzestrzeń $N_k = a_{i_1} \times \dots \times a_{i_N}$ równy jest "w". "

Oznacza to, że poza przestrzenią N_k leżące elementy sieci nie wnoszą dodatkowych ograniczeń na relację R reprezentowaną przez sieć SR_N , do zawartych już w relacji R_{N_k} , jeżeli tylko sieć jest minimalna.

Jeżeli relację zgodności $R_{ZG}(Z^a)$ reprezentujemy w postaci minimalnej /odpowiadająca jej sieć jest minimalna/, to relacja $R \subseteq (Z_A^a \times C_A^I)^n$ jest wynikiem procesu odwrotnego do rzutowania tylko na te podprzestrzenie, których suma teoriomnogościowa daje pełną przestrzeń $a_1 \times \dots \times a_n$, gdzie $Z_A^a = (a_1, \dots, a_n)$. Parzyste elementy $2n$ -tek z R tworzą n -tki inkarnacji $G(Z^a)$.

Złożoność procesu poszukiwania inkarnacji stanie się wtedy mniejsza. Dla niedeterministycznie wybranej n -tki $(b_{i_1}, \dots, b_{i_N}) \in C_A^I$

wystarczy sprawdzić występowanie takiej liczby jej $2N$ -tkowych rzutów w $R_{ZG}(Z^a)$, aby zawierały w sumie pełny zbiór atomów Z_A^a . Jeżeli przez k oznaczymy liczbę tych $2N$ -tek, to zachodzi

$$N + (k-1)(N-1) \geq n$$

$$k \geq 1 + \frac{n-N}{N-1}$$

Złożoność obliczeniowa problemu jest proporcjonalna do " k ", czyli jest liniowa względem " n " - $O(n)$.

W ogólnym przypadku należy sprawdzić wszystkie podprzestrzenie, czyli

$$\binom{n}{N} = \frac{n!}{N!(n-N)!}$$

Niestety znalezienie minimalnej sieci równoważnej sieci zadanej jest problemem NP-zupełnym [MAC 77]. Dlatego nietrywialnym zadaniem jest efektywny sposób wyznaczania aproksymacji takiej sieci.

Wyróżniam dwie generalne strategie wyznaczania relacji inkarnacji na podstawie relacji zgodności :

1. Najpierw redukuje się relację zgodności do quasi-minimalnej a dopiero w drugiej kolejności określa $G(Z^a)$.
2. Określa się od razu $G(Z^a)$ stosując algorytm z nawrotami i ograniczając podprzestrzenie szukania dzięki wyznaczeniu operatorów redukujących o podprzestrzenie niezgodne z już przyjętymi elementami inkarnacji [HAR 78b, HAR 79] .

Przedstawiam ciało procedury opartej na pierwszej z powyższych strategii. Do aproksymowania minimalnej relacji zgodności wykorzystuję dyskretną relaksację.

Dla każdego wzorca Z^a poziomu I wywołuje się procedurę dopasowania VN-struktury C^I ze wzorcem - "match_pattern".

procedure match_pattern(C^I , Z , AUT(Z_A^a));

comment AUT(Z_A^a) - zbiór automorfizmów atomów wzorca ;

·
·
·

krok 1 : $T_0 := \{(z, c) \mid z \in Z_A^a, c \in C_A, m_A(z) = m_A(c)\}$; $j := 0$;

comment Wyznaczenie początkowej relacji $T_0 \subseteq Z_A^a \times C_A$;

krok 2 : until ($T_j \neq T_{j+1}$) \wedge ($T_{j+1} \neq \emptyset$) do

begin

$T'_j := T_j$;

```

for i:=1 until N do
begin
  for e(z1,...,zi)∈ZE do
    if (z1,c)∈Tj' /l=1,...,i/ i nie istnieje w CE
      i-łuk e'(c1,...,ci) taki, że mE(e) = mE(e')
      c = c1 ; (z1,c1),..., (zi,ci)∈Tj'
    then Tj' := Tj' - { zi,c } ;
  end;
  Tj+1' := Tj'
end;

```

comment Krok 2 stanowi relaksację - para (z₁,c) nie spełniająca warunku koniecznego przynależenia do inkarnacji jest eliminowana z relacji T zawierającej wszystkie dopuszczalne morfizmy $H: Z_A \dashrightarrow C_A$.

Haralick [HAR 78a] pokazał, że :

1. jeśli $H \in T_i$ i H jest VN-morfizmem $H: Z_A \dashrightarrow C_A$, to $H \in T_{i+1}$, tzn. relaksacja nie redukuje par tworzących VN-morfizm ;
2. jeśli T_k jest punktem stałym relaksacji, to T_k będąca funkcją jest VN-morfizmem $T_k: Z_A \dashrightarrow C_A$.

W tym drugim przypadku dla każdego $z \in Z_A$ istnieje dokładnie jedna para $(z,c) \in T_k$ i tym samym wyznaczona jest jedyna n-tka inkarnacji.

krok 3 : if T_k jest funkcją then $G(Z) := \{(c_1, \dots, c_n) \mid (z_i, c_i) \in T_k / i=1, \dots, n\}$

else

begin

$R_{ZG}(Z) := \{(z_1, c_1, \dots, z_n, c_n) \mid (z_i, c_i) \in T_k / i=1, \dots, n\}$;

for i:=N step -1 until 2 do

for e(z₁,...,z_i)∈Z_E do

for c₁,...,c_i, że (z₁,c₁)∈T_k /l=1,...,i/ do

if nie istnieje e'(c₁,...,c_i)∈C_E, taki że m_E(e') = m_E(e)

then $R_{ZG}(Z) := R_{ZG}(Z) - \{ 2N\text{-tki zawierające pary } z_1, c_1, \dots, z_i, c_i \}$;

$G(Z) := \text{BACKTRACK}(T_k, R_{ZG}(Z))$;

comment BACKTRACK wyznacza relację inkarnacji na podstawie relacji T_k i quasi-minimalnej relacji zgodności ;

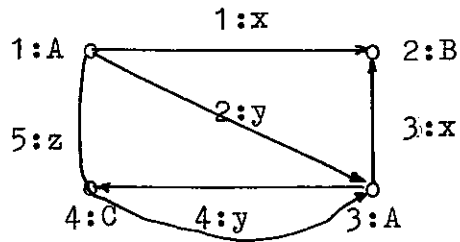
$G(Z) := [G(Z)] / \text{AUT}(Z_A)$;

end;

comment Zbiór inkarnacji redukowany jest o nadmiarowe inkarnacje izomorficzne ze względu na $AUT(Z_A)$;

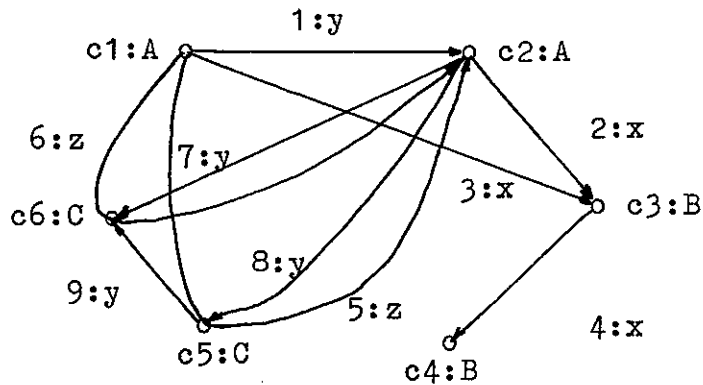
Przykład 5.3.5

Z :



$AUT(Z) = \emptyset$

C^I :



T_0 :

Z_A	I	C_A
1	I	c1, c2
2	I	c3, c4
3	I	c1, c2
4	I	c5, c6

→

T_1 :

Z_A	I	C_A
1	I	c1
2	I	c3
3	I	c2
4	I	c5, c6

→

$T_2 = T_1$

T_2 nie jest funkcją. Związana z nią relacja zgodności :

$$R_{ZG}(Z) = \{(1\ c1, 2\ c3, 3\ c2), (1\ c1, 2\ c3, 4\ c5), (1\ c1, 2\ c3, 4\ c6), (2\ c3, 3\ c2, 4\ c5), (2\ c3, 3\ c2, 4\ c6)\}$$

Relacja karnacji :

$$G(Z) = \{(c1, c3, c2, c5), (c1, c3, c2, c6)\}.$$

5.4 Procedura EXPAND(I)

Procedurę tę stosujemy na poziomie typu β oraz dla odtworzenia aproksymacji elementów pochodnych. Wyróżniam w niej dwa etapy. Zadaniem pierwszego jest dopasowanie C^I ze wszystkimi wzorcami, stanowiącymi rozszerzenia struktur minimalnych $N_\beta(I)$ wzgl. $N_{OA}(I)$. Każdą strukturę minimalną dla atomu o etykiecie "a" można rozszerzać niezależnie od siebie w $m(a)$ kierunkach, zawsze o jeden atom o etykiecie $A_i^a / i=1, \dots, m(a)$ i zbiór łuków między tym atomem i ostatnim dodanym do wzorca.

W drugim etapie w znalezionych inkarnacjach dla maksymalnych wzorców zastępuje się atomy o etykietach A_i^a jednym atomem o etykiecie $W_i^a / i=1, \dots, m(a)$, wyliczając również jego interpretację semantyczną. Tym samym otrzymujemy inkarnacje prawych struktur produkcji z $P_{\beta_0}^\omega(I)$ wzgl. $P_{OA_0}(I)$.

Dla każdej struktury minimalnej $N^a \in N_\beta(I)$ wzgl. $N_{OA}(I)$, co zależy od tego z jakim parametrem wołana jest procedura - $EXPAND(I, \beta)$ wzgl. $EXPAND(I, OA)$, i odpowiadającego jej zbioru inkarnacji $G(N^a)$ wykonuje się procedura "expand_pattern".

procedure expand_pattern (N^a , Symetric(A_i^a)) ;

comment Parametrami są:

N^a - struktura minimalna, gdzie

$N_A^a \times m_A(N_A^a) = \{1:K_1^a, \dots, l_a:K_{l_a}^a, a_1:A_1^a, \dots, a_{m(a)}:A_{m(a)}^a\}$,

Symetric $A_i^a = \begin{cases} 1 & \text{- atomy o etykiecie } A_i^a \text{ są symetryczne} \\ 0 & \text{- w przeciwnym razie.} \end{cases}$

Oznaczmy dla przejrzystości:

$1:K_1^a, \dots, l_a:K_{l_a}^a \stackrel{\text{ozn}}{=} k:K^a$ i odpowiadające l_a -tki atomów z C_A^I

$l_1:K_1^a, \dots, l_{l_a}:K_{l_a}^a \stackrel{\text{ozn}}{=} l:K^a$.

"d" jest zmienną globalną podającą oznaczenie ostatnio utworzonego atomu w procesie T1;

begin

for i:=1 until m(a) do

begin $G(N^a, i) := \emptyset$;

$R_{ZG} := \{ (k \ i, a_i \ b) \mid (i, b_1 \dots b_{i-1} \ b \ b_{i+1} \dots b_{l_a}) \in G(N^a) \}$;

s:=1 ;

comment Początkowe rozszerzenie wzorca w kierunku "i" ;

$W_A \times m_A(W_A) := \{ (k:K^a, a_{i_1}:A_{i_1}^a) \}$; $W_E := \{ b_{OE}^{a, i} (k, a_{i_1}) \}$


```

comment Analiza syntaktyczno-semantyczna w kierunku "i" ;
until  $R_{ZG} \neq \emptyset$  repeat
begin s := s+1 ;
comment Analiza syntaktyczna ;
 $W'_A := W_A \cup \{a_{i_s}\}$  ;  $m_A(a_{i_s}) := A_i^a$  ;
 $W'_E := W_E \cup \{b_{i_s}^a(a_{i_{s-1}}, a_{i_s})\}$  ;
 $R'_{ZG} := \{(k \mathbb{L}, a_{i_1} l_1, \dots, a_{i_s} l_s) \mid (k \mathbb{L}, a_{i_1} l_1, \dots, a_{i_{s-1}} l_{s-1}) \in$ 
 $\in R_{ZG}, m_A(l_s) = A_i^a, l_s \in C_A^I; l_s \neq l_1, \dots, l_{s-1}\}$ 
comment Relaksacyjna redukcja ;
for  $e(w_1, w_2) \in W'_E - W_E$  do
for  $c_1, c_2 \in C_A^I \wedge (w_1 c_1, w_2 c_2) \in R'_{ZG} \mid w_1 w_2$  do
if  $\sim (\exists e'(c_1, c_2) \in C_E^I \wedge m_E(e') = m_E(e))$  then
 $R'_{ZG} := R'_{ZG} - \{2(s+1)\text{-ki z } R'_{ZG} \text{ zawieraj\u0105ce}$ 
 $(w_1 c_1, w_2 c_2)\}$  ;
comment Rzut zredukowanej relacji na dziedzin\u0119 poprzedni\u0105
 $R''_{ZG} := R'_{ZG} \mid k a_{i_1} \dots a_{i_{s-1}}$  ;
 $delR := R_{ZG} - R''_{ZG}$  ;
if  $Symetric(A_i^a) = 1$  then
 $delR := delR - \{2s\text{-ki nadmiarowe ze wzgl\u0119du na auto-}$ 
 $morfizmy atom\u00f3w o etykiecie } A_i^a \}$  ;
comment Analiza semantyczna ;
for  $(k \mathbb{L}, a_{i_1} l_1, \dots, a_{i_{s-1}} l_{s-1}) \in delR$  do
begin
d:=d+1 ;
NOWY_ATOM(d) ;  $m_A(d) := W_i^a$  ;
 $\Upsilon(d) := \{\Upsilon(\Theta X_d) \mid \Theta X_d \in [rp_{i_k}^a]_{\approx}, \Theta X_d = f(X_{l_{s-1}}) / X_d W_i^a\}$  ;
for j:=s-2 step -1 until 1 do
begin
d:=d+1 ;
NOWY_ATOM(d) ;  $m_A(d) := W_i^a$  ;
 $\Upsilon(d) := \{\Upsilon(\Theta_d) \mid \Theta X_d \in [rp_{i_k}^a]_{\approx}, \Theta X_d = f(X_{l_j}, X_{d-1}) / X_d W_i^e\}$  ;
end ;
POBST(d) :=  $(l_1, \dots, l_{s-1})$  ;
comment Inkarnacja wzorca w kierunku "i" ;
 $G(N^a, i) := G(N^a, i) \cup \{(i, d)\}$ 
end ;

```

```

RZG := R'ZG
end ;
end ;
comment Ostateczny zbiór inkarnacji dla prawej strony pro-
dukcji pa ∈ Pβ0ω(I) wzgl. P0A0(I) ;
G(B0a) := ∘i=1, ..., m a G(Na, i) ;
comment ∘ oznacza konkatencje m ... ciągów (la+1)-ek , które
zawierają identyczny podciąg l ∈ (CAI)la ;
end ;

```

5.5 Procedury CONSTRUCT(I)

Procedura ALFA-CONSTRUCT wykonuje dwa etapy - "construction" i "reduction" , zaś procedura BETA-CONSTRUCT tylko etap pierwszy.

Restrykcje syntaktyki zapewniają wprawdzie, że dla izomorficznych podstruktur prawej strony produkcji z $P_{\beta_0}^{\omega}(I)$ nie istnieją różne dominanty, ale prawa struktura produkcji może być w kroku HID(I) zredukowana do struktury zawierającej więcej niż jedną podstrukturę izomorficzną ze strukturą dominanta tego samego atomu i dominanty te są różne. Tym samym odtworzenie atomu może być wieloznaczne. Dlatego na poziomie typu α konieczne jest sprawdzenie interpretacji nowo utworzonych atomów startowych poziomu i redukcja nadmiarowych, równoważnych atomów. Na poziomie typu β konieczność ta nie występuje.

```

procedure construction WA ;
comment WA - wzorzec ;
begin
for c1, ..., cl ∈ G(WA) do
begin
MΩWA(I) := MΩWA(I) ∪ { ((c1, ..., cl), γ(c1), ..., γ(cl)) | l =  $\overline{W}_A^A$  }
d := d+1 ;
NOWY_ATOM(d) ; mA(d) := A ;
γ(d) := { γ(⊗Xd) | ⊗Xd ∈ [rpA]WA pA, ⊗Xd = f(Xc1, ..., Xcl) / XdA }
MΩWA(I+1) := MΩWA(I+1) ∪ { (d, γ(d)) } ;
PODSTI(d) := pA(c1, ..., cl)
end ;

```

```

procedure reduction ;
begin
  for  $(n_1, f(n_1)) , (n_2, f(n_2)) \in M\Omega_{WE}^{I+1}$  do
    if  $m_A(n_1) = m_A(n_2) \wedge f(n_1) = f(n_2)$  then
      begin
         $M\Omega_{WE}^{(I+1)} := M\Omega_{WE}^{(I+1)} - \{(n_2, f(n_2))\}$ ;
         $M\Omega_{WY}^{(I)} := M\Omega_{WY}^{(I)} - \{PODST^I(n_2)\}$ 
      end ;
    end ;
end ;

```

```

procedure ALFA-CONSTRUCT(I,...);
  :
   $M\Omega_{WY}^{(I)} := \emptyset ; M\Omega_{WE}^{(I+1)} := \emptyset ;$ 
  for  $W^A \in W$  do
    begin
      construction( $W^A$ ) ; reduction
    end ;

```

```

procedure BETA-CONSTRUCT(I,...);
  :
   $M\Omega_{WY}^{(I)} := \emptyset ; M\Omega_{WE}^{(I+1)} := \emptyset ;$ 
  for  $W^A \in W$  do construction  $W^A$  ;

```

5.6 Strategia poszukiwania konfiguracji

Proces T2 operuje zasadniczo na najwyższej warstwie sieci hipotez - $M\Omega_{WE}^W$, czyli na hipotetycznych interpretacjach obiektów występujących w schematach systemu RO. Zadaniem procesu T2 jest taka agregacja atomów z $M\Omega_{WE}^W$, aby tworzyły zbiory atomów struktur początkowych konfiguracji i zwiążanie z nimi miary pewności interpretacji. Nie wnikając w problemy teorio-decyzyjne uwarunkowane konkretną postacią systemu RO można założyć, że taka miara jest funkcją miar poszczególnych atomów, te zaś wynikają z miar pewności symboli sieci hipotez stanowiących konstrukcję atomów na poziomie bezpośrednio niższym itd. Uwzględnione powinny być aktualne wartości semantyczne atomów, takie jak - wielkość powierzchni zajmowana przez obiekt reprezentowany hipotezą, w rzucie sceny na powierzchnię obrazowania ,

- stopień widoczności obiektu ;
- oraz parametry ogólnego charakteru takie, jak
- kontekst dynamiczny związany z interpretacją wcześniejszych obrazów ,
- zadany przez system generalnego rozpoznawania priorytet analizy obiektów pewnych typów itp.

Podczas cyklu procesów T3 przeszukuje się przestrzeń struktur początkowych utworzonych dla danej sieci hipotez i wyprowadza /jeżeli wogóle istnieje/ konfigurację wraz z interpretacją, stanowiącą rozwiązanie problemu rozpoznawania dla pary (DW, φ_0) . Procesy T2 i T3 nazywam łącznie strategią poszukiwania konfiguracji semantycznie zgodnej.

Ciało procedur T1 i T2 :

comment Zmienne globalne $SCH = \{ sch = (o_1, \dots, o_n) \}$ I sch- nazwa schematu w systemie RO , $o_i / i=1, \dots, n/$ - obiekty schematu "sch" }.

begin

comment $T2_A$ - utworzenie grafu zgodności hipotez z SCH i znalezienie wszystkich jednoetykietowanych klik ;

$Zg_A := \{ a \mid (a, \varphi(a)) \in M\Omega_{WE}^W \}$; $Zg_E := \emptyset$;

for $a_1, a_2 \in Zg_A$ do

for sch \in SCH do

if $m_A(a_1, a_2) \in m_A(sch)$ then

$Zg_E := Zg_E \cup \{ sch\{a_1, a_2\} \}$;

KLIKI := $\{ k \mid k \in Zg, k \text{ jest kliką} \}$;

for $k \in$ KLIKI do $f(k) :=$ MIARA_PEWNOSCI(k) ;

comment Cykl przeszukania przestrzeni rozwiązań ;

stop := false ;

until stop repeat

begin

comment $T2_B = T31$ - wybór rodziny struktur początkowych ;

$Akt_{R^S} := \{ k_A \mid f(k) \geq f(k_i) \text{ dla } k_i \in KLIKI \}$;

if $Akt_{R^S} = \emptyset$ then begin WY := \emptyset ; stop := true end

else

begin

comment T32 - analiza syntaktyczno-semantyczna w JOO ;
CONFIGURATION(Akt_{R^S}) ;

if $\xi \varphi(k) = 11$ then begin WY := $(k, \xi \varphi(k))$; stop := true end

```
    else
    begin
    comment T33 - redukcja aktualnej klikli o przyczyny
              niezgodności ;
    KLIKI := KLIKI - {AktRS} ∪ REDUCE(AktRS);
    for k ∈ REDUCE(AktRS) do f(k) := MIARA_PEWNOSCI(k)
    end ;
    end ;
  end ;
end .
```

Strategia poszukiwania konfiguracji rozwiązuje problem metodą redukcji przestrzeni rozwiązań. W ogólności algorytmy takiej klasy modelują przestrzeń rozwiązań za pomocą grafów "i/lub". W powyższej strategii redukcja rozwiązań przebiega wyłącznie według łuku "lub".

5.7 Zstępująca analiza syntaktyczno-semantyczna

Zadaniem fazy T32 strategii poszukiwania jest uzupełnienie konstrukcji pewnej podsieci hipotez do pełnej konfiguracji wraz z jej interpretacją. Mechanizm tworzenia hipotez wraz z zasadami języka JOO zapewnia, że analiza zstępująca odbywa się stale do przodu bez konieczności stosowania w wyprowadzeniu nawrotów. Pierwsza pojawiająca się niezgodność wyprowadzenia z siecią hipotez powoduje zakończenie procedury CONFIGURATION określeniem przyczyn niezgodności w zbiorze REDUCE.

5.7.1 Procedura CONFIGURATION

Podstawą procedury jest algorytm równoległego bezpośredniego wyprowadzenia za pomocą strukturalnych atomowych produkcji \implies wraz z rozszerzeniem interpretacji według reguł podstawień. Wirtualne bezpośrednie wyprowadzenie wykonujemy w trzech etapach

1. Bezpośrednie wyprowadzenie \implies dla zadanej struktury wejściowej i stosowanych produkcji.
2. Rozszerzenie interpretacji na strukturę wynikową zgodnie z regułami podstawień związanymi z zastosowanymi produkcjami.
3. Eliminacja n-łuków powstałych dzięki regułom wstawienia a nie.

zgodnych semantycznie.

Tym samym dla wirtualnego bezpośredniego wyprowadzenia istnieje zasada SEM ustalająca wartość wirtualnych składników wstawiania tak, aby powstające n-łuki tworzyły zawsze maksymalny zbiór semantycznie zgodny.

Przed wywołaniem procedury bezpośredniego wyprowadzenia określa się produkcje stosowane do każdego atomu struktury wejściowej, zaś przed rozpoczęciem wyprowadzenia na nowym poziomie I - łączy atomy wyprowadzonej VN-struktury z atomami warstwy $M\Omega_{WE}^{I+1}$ w sieci hipotez $/I=W-1, \dots, 0/$ i sprawdza zachodzenie lematu 4.6.3 dla wyprowadzenia na poziomie I+1.

Jednoznaczność wyboru produkcji zapewniają :

- syntaktyka języka - konteksty stosowalności produkcji ;
- konstrukcje sieci hipotez - zależności $PODST^I$;
- semantyka - produkcje normalizujące z $P_{\alpha}(I)$ stosujemy tylko do atomów, których interpretacja daje wartość ξ większą od zadanych "wymiarów" normalnych.

Jak wiemy, kroki sklejenia i przesłaniania można symulować za pomocą wyprowadzenia w $ARGS^{\omega}$ tylko przy spełnieniu przez strukturę wejściową dwóch warunków. Pierwszy z nich, wspólny dla obu kroków, wymaga, aby wszystkie operacje sklejenia wzgl. przesłaniania reprezentowane były jednokrotnie. Z definicji bezpośredniego wyprowadzenia każda wynikowa VN-struktura spełnia ten warunek.

Drugi warunek dla kroku sklejenia wymaga, aby we wszystkich podstrukturach spójnych ze względu na łuki o etykietach końcowych sklejenia istniał dokładnie jeden atom, do którego nie dochodzi tego typu łuk. Spełnimy ten warunek postępując następująco :

- w strukturze początkowej określamy wszystkie potencjalnie możliwe zależności sklejenia i w trakcie wyprowadzania uściślamy zależności tylko w obrębie podstruktur zastępujących atomy n-łuków sklejenia, stosując dla etykiet sklejenia tylko operatory sąsiedztwa lokalne i zachowujące kierunek przenoszonych n-łuków ;
- n-łuki sklejenia w strukturze początkowej i w prawych strukturach produkcji określamy zgodnie z porządkiem oznaczeń atomów przez które przechodzą ;
- porządek atomów struktury wynikowej odpowiada porządkowi atomów, z których te pierwsze się wywodzą .

Drugi warunek dla kroku przesłaniania - łuki o etykietach końcowych przesłaniania nie tworzą skierowanych cykli - stanowi rzeczywiste ograniczenie klasy konfiguracji i rozstrzygnąć go należy przy projektowaniu konkretnego języka.

5.7.2 Algorytm bezpośredniego wyprowadzenia

Parametry : Stos_Prod - zbiór typów produkcji ;
 H - WN-struktura wejściowa ;
 $RelL \subseteq Stos_Prod \times H_A$ - każdy atom $i \in H_A$ związany jest łukiem $RelL_i$ z produkcją ze zbioru Stos_Prod .

Ilustracją sytuacji zadanej parametrami jest rys. 5.3 / dla przejrzystości pominięto reguły wstawiania produkcji /.

Etapy algorytmu:

1 : Dołączenie prawych stron / rys. 5.4 /.

Z każdym atomem $i \in H_A$ związać relacją ZASTAP kopię prawej strony i reguły wstawiania produkcji wyznaczonej relacją $RelL_i$; związać kopię produkcji z prototypem relacją $RelR_i$.

Unikalnie oznaczyć atomy i n-łuki wszystkich kopii produkcji.

2 : Wstawienie prawych stron / rys. 5.5 /.

Dla kopii produkcji zrealizować reguły wstawiania przedstawiając wartość sąsiedztwa przy zadanej etykiecie n-łuku i atomach podstruktury wynikowej w postaci n-łuku o tymczasowej etykiecie /z indeksem T/ łączącego atomy tej podstruktury z atomami sąsiedztwa.

3 : Wstawienie n-łuków

Dla wszystkich atomów " a_1^1 " wszystkich podstruktur wynikowych i po wszystkich tymczasowych n-łukach wychodzących z a_1^1 -

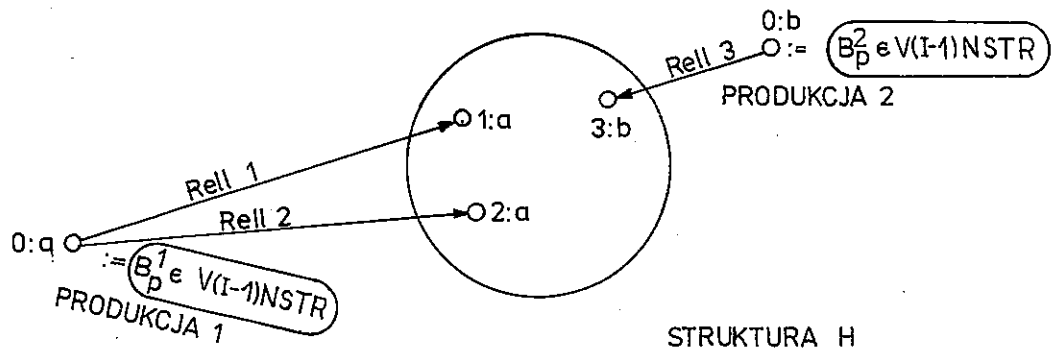
$o: e_T(a_1^1 a_2^1 \dots a_1^1 k_2 \dots k_t)$, gdzie $a_1^1, a_2^1, \dots, a_1^1$ - atomy badanej podstruktury wynikowej; $k_2, \dots, k_t \in H_A$ -

sprawdzić czy dla każdego k_i / $i=2, \dots, t$ / istnieją n-łuki

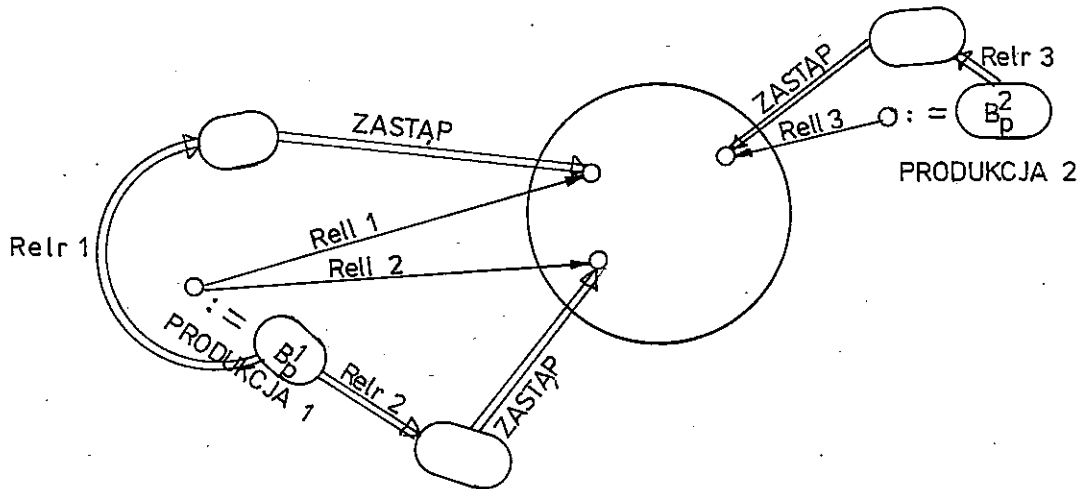
$o^i: e_T(ZASTAP(a_1^1 \dots a_1^1), k_2 \dots k_{i-1} a_j^i \dots a_m^i)$,

$o^{i'}: e_T(a_j^i \dots a_m^i k_{i+1} \dots k_t)$, gdzie a_j^i, \dots, a_m^i są atomami podstruktury wyprowadzonej z atomu k_i ; / rys. 5.6 a.b. /

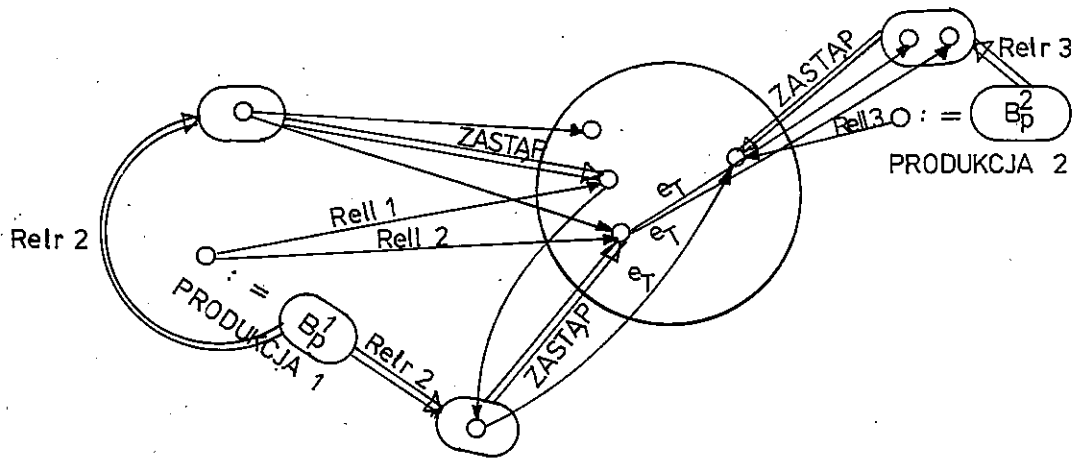
Jeżeli powyższy warunek jest spełniony, to wymazuje się tymczasowy n-łuk wychodzący z a_1^1 i jeśli nie istnieje dotąd n-łuk



RYS. 5.3.



RYS. 5.4.



RYS. 5.5.

$o' : e (a_1^1 \dots a_1^1 a_{j_2}^2 \dots a_{m_2}^2 \dots a_{j_t}^t \dots a_{m_t}^t)$, gdzie o' - dowolne, $a_{j_i}^i, \dots, a_{m_i}^i$ / $i=2, \dots, t$ / - atomy wyznaczone podczas sprawdzania; to generujemy taki n-łuk z unikalnym oznaczeniem.

W przeciwnym razie tzn. przy negatywnym wyniku sprawdzenia - jeżeli nie istnieje n-łuk tymczasowy o etykiecie e_T dochodzący do a_1^1 i przechodzący przez $a_1^1 a_2^1 \dots a_1^1$, to n-łuk $o : e_T$ jest usuwany /nie spełnia warunku koniecznego na to, aby wyznaczał n-łuk wynikowy/ /rys. 5.7/.

4 : Usunięcie danych pośrednich.

Przedstawiony algorytm jest uogólnieniem implementacji bezpośredniego wyprowadzenia dla gramatyk grafowych zrealizowanej pod kierunkiem Nagla [NAL 79].

5.7.3 Zbiór REDUCE (R^S)

Gdy poziom $I+1$ / $I=W-1, \dots, 0$ / jest typu \mathcal{A} , to przed rozpoczęciem wyprowadzenia na poziomie I należy porównać atomy wyprowadzonej WN-struktury końcowej poz. $I+1$ i ich interpretacje z symbolami warstwy $M\Omega_{WE}^{I+1}$. Czynimy tak z dwóch powodów :

1. Określamy jednoznacznie produkcje stosowane w następnym bezpośrednim wyprowadzeniu - dzięki konstrukcjom $PODST^I$;
2. Sprawdzamy zachodzenie lematu 5.6.3 dla wyprowadzenia na poziomie $I+1$.

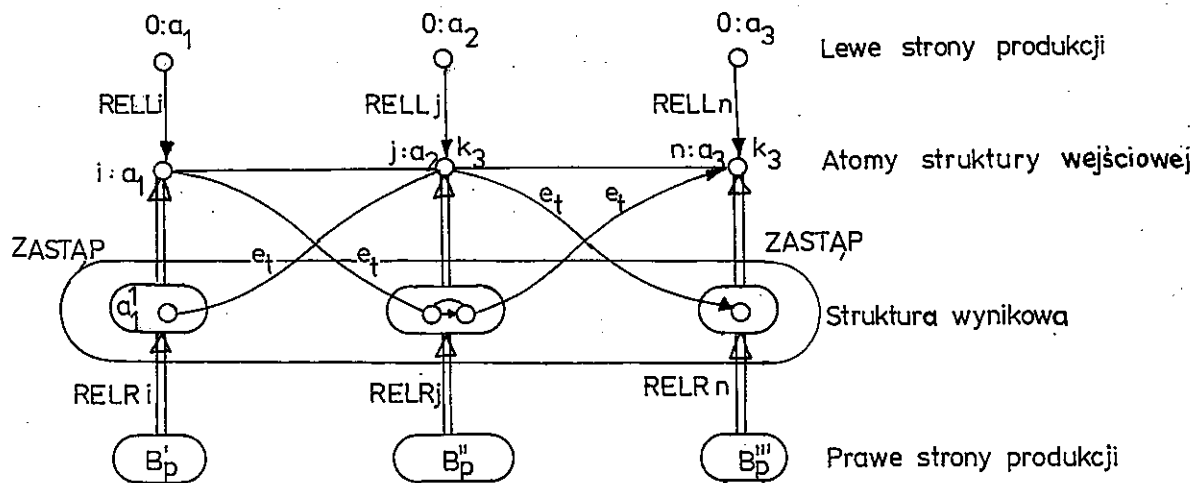
Jeżeli wyprowadzenie nie spełnia wspomnianego lematu, to oczywiście nie możemy również określić produkcji stosowanych w następnym kroku. Teoretycznie wyprowadzenie o strukturze początkowej Akt_{R^S} kończy się niepowodzeniem. Przyczyny niezgodności obu powyższych zbiorów umieszczone zostają w zbiorze REDUCE. W praktyce możemy dopuścić czasem dalszą, częściową analizę. Rozróżniam więc trzy sposoby zakończenia porównywania:

- niech G^I - WN-struktura końcowa poziomu $I+1$ wyprowadzona z Akt_{R^S} ;

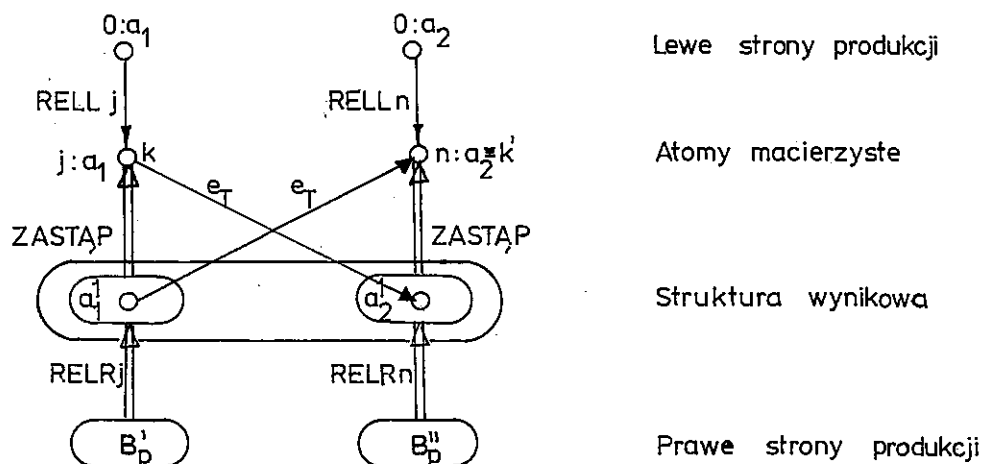
$M\Omega_{WY|RS}^{I+1}$ - podzbiór $M\Omega_{WY}^{I+1}$ złożony z hipotez tworzących konstrukcje atomów struktury początkowej ;

$$M\Omega_{WY|RS}^{I+1} = ROZKL^{I+1}(M\Omega_{WE}^{I+1}) .$$

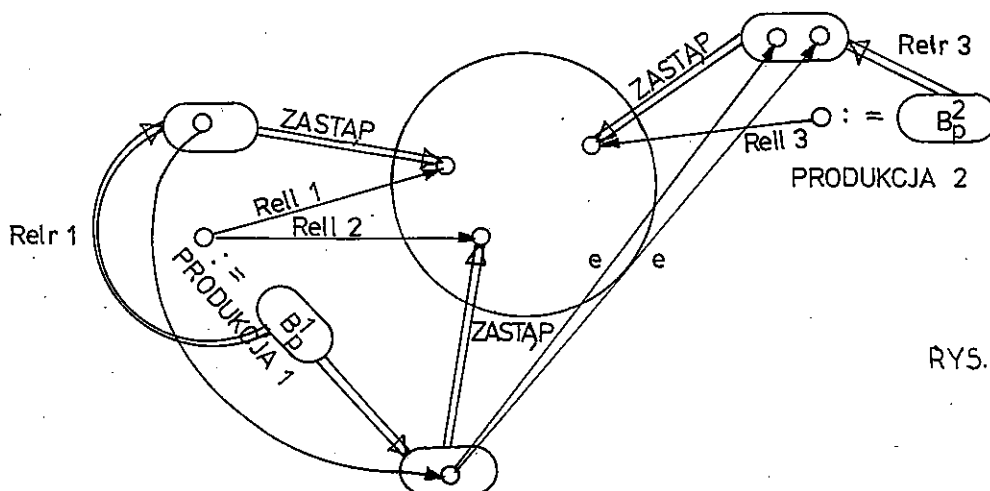
- porównujemy pary zbiorów $(G_A^I, P(G_A^I))$, $M\Omega_{WE|RS}^{I+1}$.



RYS. 5.6.(a)



RYS. 5.6.(b)



RYS. 5.7.

A. $M\Omega_{WE|R^S}^{I+1} \not\subset (G_A^I, \varphi(G_A^I))$;

W wyprowadzonej strukturze brak pewnych atomów równoważnych semantycznie hipotezom z zastosowanych na poziomie I+1 dominantowych produkcji. Występuje sprzeczność interpretacji zstępującej konfiguracji z interpretacją wstępującą. Jeżeli konstrukcje pomocnicze języka JOO są określone prawidłowo, to powodem niezgodności jest zbyt "obszerna" struktura początkowa - prowadzi do powstania przesłaniań redukujących nadmiernie strukturę dominantą.

Dla każdego $\eta \in M\Omega_{WE|R^S}^{I+1}$, takiego że $\eta \notin (G_A^I, \varphi(G_A^I))$ ustalamy przyczynę redukcji. Odnajdujemy w wyprowadzeniu wszystkie operacje przesłaniania określone w strukturze wejściowej kroku HID(I+1) typu $HID_{t_1} / B(a' - b_1) / \dots$, $HID_{t_n} / B(a' - b_n) /$, gdzie a' - atom równoważny składniowo atomowi z η' : $\eta = ROZKL^{I+1}(\eta')$. Niech atomy a', b_1, \dots, b_n wywodzą się odpowiednio z atomów a^k, b_1^k, \dots, b_k^k / $k \leq n$ struktury początkowej R^S . Jeżeli $a^k = b_i^k$ / $i=1, \dots, k$, to nieprawidłowo określony został dominant. W przeciwnym razie warunek zgodności jest postaci :

$$\bigcap_k (\sim b_1^k) \cup (\sim b_2^k) \cup \dots \cup (\sim b_k^k) = \mathbb{1} .$$

Zbiór REDUCE (R^S) składa się z podzbiorów R_A^S będących rozwiązaniem powyższego warunku.

B. $M\Omega_{WE|R^S}^{I+1} \subset (G_A^I, \varphi(G_A^I))$, lecz $(G_A^I, \varphi(G_A^I)) \not\subset M\Omega_{WE}^{I+1}$;

Kontynuujemy wyprowadzenie, ale tylko dla podstruktury nad atomami posiadającymi odpowiedniki w $M\Omega_{WE|R^S}^{I+1}$. Dalsza analiza zstępująca jest już tylko częściowa.

Powodem częściowej niezgodności może być :

- zbyt mała dziedzina zbioru dominantów atomów, których brak został stwierdzony ;
- niepełność operacji przesłaniania poziomu I+1 itp.

Wnioski z wyprowadzenia umożliwiają systemowi nadrzędnemu doskonalenie powiązań konstrukcji pomocniczych z językiem JOO.

C. $M\Omega_{WE|R^S}^{I+1} \subset (G_A^I, \varphi(G_A^I)) \subset M\Omega_{WE}^{I+1}$ - pełna zgodność .

6. ZAKOŃCZENIE

U podstaw pracy leży przekonanie, że zasadnicza trudność w analizie scen polega na rekonstrukcji 3-wymiarowych charakterystyk obiektów z 2-wymiarowych projekcji sceny. Realne rozwiązanie tego problemu bez pomocy specjalizowanych urządzeń wejściowych komputera nie wydaje się być możliwe. Dlatego określiłem tzw. system rozpoznawania obiektów, stanowiący pośredni etap przetwarzania w systemie generalnego rozpoznawania złożonych scen i wykorzystujący wyniki pracy przetwarzania niskiego poziomu bazującego na wspomnianych urządzeniach.

Dla systemu RO podałem algebraiczno-lingwistyczny model stanowiący rozszerzenie strukturalnych metod rozpoznawania obrazów 2-wymiarowych, a w szczególności syntaktyczno-semantycznego /lingwistycznego/ sposobu w ramach tej metody.

Wykorzystanie aparatu równoległych gramatyk strukturalnych uzasadniam tym, iż stanowią one naturalny etap rozwoju metod rozpoznawania - wykorzystanie języków "dwu-wymiarowych" : drzewowych, grafowych, struktur relacyjnych. W chwili podjęcia tematu modelowanie zagadnień analizy scen za pomocą formalnych języków nie było znane. W międzyczasie pojawiają się propozycje wyrażania opisów scen w językach dwu-wymiarowych [np. SHI 83, BHA 85], lecz prezentowany przeze mnie model jest zupełnie oryginalny, jednocześnie najpełniejszy i najbardziej konkretny ze znanych mi podejść. W części syntaktycznej i tylko dla fazy generacyjnej wykorzystuję koncepcje wspólne pracy [ŚLU 80] - operacje sklejenia, hierarchiczność opisu, gramatyki strukturalne - ale podobieństwo wyraża się tylko w zastosowaniu tych ogólnych pojęć, nie zaś w sposobie ich wykorzystania.

Uznałem, iż lingwistyczny model systemu RO musi spełniać dwa zasadnicze imperatywy :

- wykorzystywać język o dużej mocy opisowej z możliwie najprostszą syntaktyką zdolną opisać zależności topologiczne i geometryczne obiektów ,
- przyjęcie jako metody rozpoznawania wzajemnie uzupełniających się "kreacji" opisu i analizy lingwistycznej.

Pierwszy warunek spełnia oryginalnie zdefiniowana atrybutowana równoległa gramatyka strukturalna. Przewaga jej składni nad innymi gramatykami dwu-wymiarowymi wyraża się następująco:

- operując na strukturach relacyjnych pozwala zasymulować inne gramatyki, zaś reprezentacja zależności między "n" elementami topologicznymi w postaci sieci binarnych związków znacznie rozbudowywałaby opis czyniącego nieczytelnym ;
- mechanizm równoległego wyprowadzenia właściwie oddaje zależności geometryczne zachodzące między sąsiednimi poziomami topologicznymi.

Zaletą atrybutowania gramatyki jest zwiększenie mocy opisowej, co umożliwi uproszczenie składni :

- zmniejszenie zbioru etykiet atomów - zamiast rodzajom języka LS etykiety odpowiadają podzbiorom tych rodzajów ;
- dla oddania zależności topologicznych i geometrycznych między atomami sąsiednich poziomów, zamiast policzalnej liczby bezpośrednich wyprowadzeń wystarcza jedno wyprowadzenie /produkcje z P_{α_0} / względnie zawężenie postaci produkcji/ "lewostronna" rekursja produkcji z P_{β} /.

Wykazałem, że w terminach logiki atrybutowaną równoległą gramatykę strukturalną możemy uważać za realizację pewnego rozszerzonego języka predykatów I-szego rzędu /pkt. 4.5.3/. Takie ujęcie pozwala na porównywanie modelu z innymi rozszerzeniami logiki predykatów [np. MIC 80] /proponowanymi do opisu obrazów, czy do abstrakcji struktur danych, algorytmów/ oraz stosowanymi syntaktyczno-semantycznymi sposobami rozpoznawania /pkt. 3.1/ Klasa języków opisu obiektów jest algorytmiczną konkretyzacją ogólnej teorii i jej wystarczającym z punktu widzenia analizy scen zawężeniem. Dzięki wprowadzonym ograniczeniom podałem efektywną /tw. 4.6.4/ metodę jednoczesnej syntaktyczno-semantycznej analizy /pkt. 4.6/.

Kolejnym oryginalnym rozwiązaniem jest określenie operacji przesłaniania. Kroki sklejenia i przesłaniania będące abstrakcjami algorytmów poszukiwania wspólnych elementów wzgl. elementów widocznych, wyrażam jednorodnie z mechanizmami języka J00 /tw. 4.2.8., tw. 4.3.7./ Oznacza to, że zidentyfikowałem podstawowe operacje tych algorytmów i podałem ich model.

Wydaje się, że praktyczna użyteczność modelu uwidoczni się szczególnie w połączeniu ze stochastycznymi strategiami decyzyjnymi, modelującymi stopień niepewności informacji o świecie.

ZESTAW SYMBOLI

system RO	- system rozpoznawania obiektów
V	- alfabet etykiet dla struktur relacyjnych
VNSTR	- kategoria struktur relacyjnych
LS	- wielorodzajowy język predykatów 1-szego rzędu
$V(LS)$	- rozszerzenie języka LS o konfiguracje nad V
RGS	- klasa równoległych gramatyk strukturalnych
aRGS	- klasa atomowo równoległych gramatyk struktur.
aRGS ^w	- klasa wirtualnych aRGS
JOO	- język opisu obiektów
$T_{\Sigma}(X)$	- Σ -algebra termów nad sygnaturą Σ i zmiennymi z X
T_{Δ}	- równaniowo-częściowa teoria algebraiczna
$S \triangle R$	- restrykcja początkowa
\mathcal{Z}	- realizacja języka LS
$\mathcal{E}\mathcal{Z}$	- realizacja języka $V(LS)$
$\mathcal{E}\mathcal{Y}$	- interpretacja w systemie $\mathcal{E}\mathcal{Z}$
σ	- operator sąsiedztwa atomowego
$\sigma(a)$	- sąsiedztwo atomu a w strukturze relacyjnej
$\omega\sigma$	- wirtualny operator sąsiedztwa
\implies	- bezpośrednio wyprowadzenie w RGS
$\implies\triangleright$	- bezpośrednio wyprowadzenie w aRGS
\dashrightarrow	- wirtualne bezpośrednio wyprowadzenie
$a:A$	- atom o oznaczeniu "a" i etykiecie "A"
V_A, V_E	- zbiór etykiet atomów wzgl. n-łuków
P	- zbiór strukturalnych atomowych produkcji
R^S	- rodzina struktur początkowych
KL	- oznaczenie kroku sklejania
HID	- oznaczenie kroku przesłaniania
$\mathbb{I}D$	- zbiór końcowych etykiet sklejania
\mathbb{T}^K	- zbiór końcowych etykiet przesłaniania
con_p	- kontekst stosowalności produkcji "p"

BIBLIOGRAFIA

- /ANS 81/ ANSI-American National Standard Institute : Digital Representation for Communication of Product Definition Data ; Doc. No. ANSI Y14.26M-1981.
- /ARM 82/ Armbruster K.: Verfahren zur Aufnahme und simultanen Analyse von einfachen dreidimensionalen Szenen; VDI-Vg, Dusseldorf, 1982 /Fortschr.-Ber. Reihe 10, Nr.18/.
- /BAL 82/ Ballard D.H., C.M. Brown: Computer Vision; Prentice-Hall, New Jersey, 1982.
- /BEL 71/ Bell J.L., A.B. Slomson: Models and Ultraproducts. An Introduction; North-Holland, Amsterdam, 1971.
- /BHA 84/ Bhanu B.: Representation and Shape Matching of 3-D Objects; IEEE Trans PAMI, PAMI-6, 1984, No.3, 340-350.
- /BOL 82/ Bolc L., M. Cichy, L. Różańska: Przetwarzanie języka naturalnego; WNT, Warszawa, 1982.
- /BRA 81/ Brady M./ed/: Computer Vision; North-Holland, Amsterdam, 1981.
- /BRA 83/ Brady M.: Parallelism in Vision; Art Intelligence, 21, 1983, 271-283.
- /BRO 81/ Brooks R.A.: Symbolic Reasoning Among 3-D Models and 2-D Images; w /BRA 81/, 285-348.
- /BUN 83/ Bunke K.: Graph Grammars as a Generative Tool in Image Understanding; w /EHR 83/, 8-19.
- /DAV 78/ Davis L.S., A. Rosenfeld: Hierarchical Relaxation for Waveform Parsing; w /HAN 78/, 101-109.
- /DAV 81/ Davis L.S., T.C. Henderson: Hierarchical constraint processes for shape analysis; IEEE Trans PAMI, PAMI-3, 1981, No.3, 265-277.
- /DRE 81/ Dreschler L.: Ermittlung markanter Punkte auf den Bildern bewegter Objekte und Berechnung einer 3D-Beschreibung auf dieser Grundlage; Universität Hamburg, FB Informatik, IfI-HH-B-83/81, 1981.
- /DUD 73/ Duda R.O., P.E. Hart: Pattern Classification and Scene Analysis; Wiley, New York, 1973.
- /EHR 76/ Ehrig H., H.-J. Kreowski: Parallel Graph Grammars; w /A. Lindenmayer, G. Rozenberg: Automata, Languages, Development North-Holland, Amsterdam, 1976/, 425-442.

- /EHR 78/ Ehrig H. i in.: Deriving structures from structures; w /Proc 7th Int Symp on Math Found of Comp Sci; LNCS, vol.64,1978/,177-190.
- /EHR 83/ Ehrig H.,M.Nagl,G.Rozenberg: Graph-Grammars and Their Application to Computer Science; LNCS,vol.153,1983.
- /ENC 83/ Encarnacao J.,E.G.Schlechtendahl: Computer Aided Design. Fundamentals and System Architectures; Springer, Berlin,1983.
- /FOI 79/ Foith J.P./ed/: Angewandte Szenenanalyse. DAGM Symposium; Informatik-Fachberichte,IfB-20,Springer,Berlin, 1979.
- /FU 74/ Fu K.S.: Syntactic Methods in Pattern Recognition; Academic Press,New York,1974.
- /FU 77/ Fu K.S.: Error-Correcting Parsing for Syntactic Pattern Recognition; w /Klinger A. et al /ed/: Data Structures in Pattern Recognition and Computer Graphics; Academic Press,New York,1977/,449-492.
- /FU 82a/ Fu K.S.: Hybrid Approaches to Pattern Recognition; w /KIT 82/,139-165.
- /FU 82b/ Fu K.S.: A General Syntactic-Semantic Approach to Picture Analysis; w /Fu K.S.,T.L.Kunii: Picture Engineering; Springer-Series in Information Sciences,vol.6, Berlin,1982/,56-74.
- /GOG 77/ Goguen J.A.,J.W.Thatcher,E.G.Wagner,J.B.Wright: Initial Algebra Semantics and Continuous Algebras; Journal of ACM,24,1977,No.1,68-95.
- /GOG 78/ Goguen J.A.,J.W.Thatcher,E.G.Wagner: An Initial Algebra Approach to the Specification,Correctness and Implementation of Abstract Data Types; w /R.T.Yeh /ed/: Current Trends in Programming Methodology,vol.IV; Prentice-Hall, NJ,1978/,80-149.
- /GON 78/ Gonzalez R.C.,M.G.Thomason: Syntactic Pattern Recognition.An Introduction; Addison Wesley,Reading MA,1978.
- /GRE 76/ Grenander U.: Pattern Synthesis.Lectures in Pattern Theory.Vol.1; Springer,Berlin,1976.
- /HAN 78/ Hanson A.R.,E.M.Riseman /Eds/: Computer Vision Systems; Academic Press,New York,1978.
- /HAN 78a/ Hanson A.R.,E.M.Riseman: Segmentation of natural scenes w /HAN 78/,129-163.

- /HAN 78b/ Hanson A.R., E.M. Riseman: VISIONS: A Computer System for Interpreting Scenes; w /HAN 78/, 303-333.
- /HAR 78a/ Haralick R.M.: Scene Analysis, Arrangements and Homomorphisms; w /HAN 78/, 199-212.
- /HAR 78b/ Haralick R.M., L.S. Davis, A. Rosenfeld: Reduction Operations for Constraint Satisfaction; Inf Sciences, 14, 1978, No. 3, 199-219.
- /HAR 79/ Haralick R.M., L.G. Shapiro: The Consistent Labeling Problem; IEEE Trans PAMI, PAMI-1, 1979, No. 4, 173-184 - Part I; PAMI-2, 1980, No. 3, 193-203 - Part II.
- /HAR 80/ Haralick R.M.: Using Perspective Transformations in Scene Analysis; Comp Graph Image Proc, 13, 1980, No. 3, 191-221.
- /HAY 76/ Hayes-Roth F.: Representation of structured events and efficient procedures for their recognition; Pattern Recognition, 8, 1976, No. 3, 141-150.
- /HOR 82/ Hornung Ch.: An Approach to a Calculation-Minimized Hidden Line Algorithm; Computer and Graphics, 6, 1982, No. 3, 121-126.
- /HUA 81/ Huang T.S.: Image Sequence Analysis; Springer Series in Information Sciences, vol. 5, Berlin, 1981.
- /HUN 75/ Hunt E.B.: Artificial Intelligence; Academic Press, New York, 1975.
- /JAR 83/ Jarvis R.A.: A Perspective on Range Finding Techniques for Computer Vision; IEEE Trans PAMI, PAMI-5, 1983, No. 2, 112-139.
- /KAN 80/ Kanade T.: Region Segmentation: Signal vs Semantics; Comp Graph Image Proc, 13, 1980, 279-297.
- /KAN 83/ Kanade T.: Geometrical Aspects of Interpreting Images as a Three Dimensional Scene; Proc of IEEE, 71, 1983, No. 7, 789-802.
- /KAP 77/ Kaphengst H., H. Reichel: Initial Algebra Semantics for Non Context-Free Languages; w /Karpiński M./ed/: Fundamentals of Computation Theory; LNCS, vol. 56, 1977/, 120-126.
- /KAS 84/ Kasprzak W.: Przykład komputera dostosowywalnego a wybrane problemy rozpoznawania obrazów; w /Prace naukowe PW, Elektronika, Z. 64, 1985/, 47-79.

- /KIT 82/ Kittler J.,K.S.Fu,L.F.Pau /Eds/: Pattern recognition theory and applications; Proc of the NATO Advanced Study, North-Holland, Dordrecht, 1982.
- /KNU 68/ Knuth D.E.: Semantics of Context-Free Languages; Math Sys Theory, 2, 1968, No.2, 125-145. Correction; 5, 1971, No.1, 95-96.
- /KOW 79/ Kowalski S., A.M. Mostowski: Teoria automatów i lingwistyka matematyczna; PWN, Warszawa, 1979.
- /KRA 79/ Kraasch R., B. Radig, W. Zach: Automatische dreidimensionale Beschreibung bewegter Gegenstände; w /FOI 79/, 208-215.
- /KUL 79/ Kulpa Z.: Konstrukcja języka programowania algorytmów cyfrowego przetwarzania złożonych obrazów wizualnych; Praca doktorska, IBiB PAN, Warszawa, 1979.
- /LEV 78/ Levine V.D.: A knowledge-based Computer Vision System; w /HAN 78/, 335-352.
- /MAC 77/ Mackworth A.K.: Consistency in Networks of Relations; Art Intelligence, 8, 1977, No.1, 99-118.
- /MAC 78/ Mackworth A.K.: Vision Research Strategy: Black magic, metaphors, mechanisms, miniworlds and maps; w /HAN 78/, 53-59.
- /MAR 78/ Martin W.N., J.K. Aggarwal: Dynamic Scene Analysis; Comp Graph Image Proc, 7, 1978, 356-374.
- /MCC 80/ McClure D.E.: Image Models in Pattern Theory; Comp Graph Image Proc, 12, 1980, No.4, 309-325.
- /MIC 72/ Michalski R.S.: A variable-valued logic system as applied to picture description and recognition; w /Nake F. A. Rosenfeld: Graphic Languages; North-Holland, Amsterdam 1972/, 20-44.
- /MIC 80/ Michalski R.S.: Pattern recognition as Rule-Guided Inductive Inference; IEEE Trans PAMI, PAMI-2, 1980, No.4, 349-
- /MON 74/ Montanari U.: Networks of constraints: fundamental properties and applications to picture processing; Inf Sciences, 7, 1974, No.2, 95-132.
- /NAG 79/ Nagel H.H.: Über die Representation von Wissen zur Auswertung von Bildern ; w /FOI 79/, 3-21.
- /NAL 79/ Nagl M.: Graph-Grammatiken. Theorie, Implementierung, Anwendungen; Vieweg, Braunschweig, 1979.

- /NEU 82/ Neumann B.: Knowledge sources for understanding and describing image sequences; w /WAH 82/,1-21.
- /NEV 76/ Nevatia R.: Computer Analysis of Scenes of 3-Dimensional Curved Objects; Birkhauser, Basel, 1976.
- /NIE 81/ Niemann H.: Pattern Analysis; Springer Series in Information Sciences, vol.4, Berlin, 1981.
- /NIT 77/ Nitzan D., A.E. Brain, R.O. Duda: The measurement and use of registered reflectance and range data in scene analysis; Proc of IEEE, 65, 1977, No.2, 206-220.
- /OSH 83/ Oshima M., Y. Shirai: Object recognition using three-dimensional information; IEEE Trans PAMI, PAMI-5, 1983, No.4, 353-361.
- /PYS 78/ Pyster A., H.W. Buttelmann: Semantic-Syntax-Directed Translation; Inf Control, 36, 1978, No.3, 320-361.
- /RAD 82/ Radig B.: Symbolic Description and Matching of Image Sequences; w /WAH 82/, 32-41.
- /REI 80/ Reichel H.: Initially-Restricting Algebraic Theories; w /Dembiński P./ed/: Mathematical Foundations of Computer Science 1980; LNCS, vol.88, Berlin, 1980/, 504-514.
- /ROS 75/ Rosen B.K.: Deriving Graphs from Graphs by Applying a Production; Acta Informatica, 4, 1975, 337-357.
- /ROS 76/ Rosenfeld A., R.A. Hummel, S.W. Zucker: Scene labeling by relaxation operations; IEEE Trans Syst Man Cybern, SMC-6, 1976, 420-433.
- /RUB 80/ Rubin S.M.: Natural Scene Recognition using Locus Search; Comp Graph Image Proc, 13, 1980, No.4, 298-333.
- /SAN 83/ Sanfeliu A., K.S. Fu: Tree-Graph Grammars for Pattern Recognition; w /EHR 83/, 349-368.
- /SHI 83/ Shi Q.Y., K.S. Fu: Parsing and Translation of /Attributed/ Expansive Graph Languages for Scene Analysis; IEEE Trans PAMI, PAMI-5, 1983, No.5, 472-482.
- /SOB 77/ Sobolewski M.: Klasy języków i modeli dla rozpoznawania obrazów; Praca doktorska, IBiB PAN, Warszawa, 1977.
- /SUC 77/ Suchenek M.: O logice obliczeniowej; Praca doktorska, PW, Wydział Elektroniki, Warszawa, 1977.
- /ŚLU 80/ Śluzek A.S.: Model strukturalnego systemu hierarchicznego generacji i rozpoznawania obrazów; Dysertacja, PW, Wydział Elektroniki, Warszawa, 1980.

- /TAN 79/ Tang G.Y., T.S. Huang: A Syntactic-Semantic Approach to Image Understanding and Creation; IEEE Trans PAMI, PAMI-1, 1979, No. 2, 135-144.
- /THO 82/ Thomason M.G.: Sybttactic/Semantic Techniques in Pattern Recognition. A Survey; Int J. Computer Inf Sciences, 11, 1982, No. 2, 75-100.
- /TSA 79/ Tsai W.H., K.S. Fu : Error-Correcting Isomorphisms of Attributed Relational Graphs for Pattern Analysis; IEEE Trans Syst Man Cybern, SMC-9, 1979, No. 12, 757-768.
- /TSA 80/ Tsai W.H., K.S. Fu: Attributed Grammar. A Tool for Combining Syntactic and Statistical Approaches to Pattern Recognition; IEEE Trans Syst Man Cybern, SMC-10, 1980, No. 12, 873-885.
- /ULL 79/ Ullman S.: The Interpretation of Visual Motion; MIT, Cambridge, 1979.
- /VOE 82/ Voelcker H., A. Requicha /Guest Eds/: Special Issue on Solid Modeling; Computer Graphics and Applications, 2, March 1982, 1-97.
- /WAH 82/ Wahlster W.: GWAI-82. 6th German Workshop on Artificial Intelligence; Informatik Fachberichte, IfB 58, Springer, Berlin, 1982.
- /WIN 75/ Winston P.H./ed/: The Psychology of Computer Vision; Academic Press, New York, 1975.
- /YAK 78/ Yakimowsky Y., R. Cunningham: A System for Extracting Three-Dimensional Measurements from a Stereo-Pair of TV Camera; Comp Graph Image Proc, 7, 1978, No. 2, 195-210.
- /YOU 79/ You K.C., K.S. Fu: A Syntactic Approach to Shape Recognition using Attributed Grammar; IEEE Trans System Man Cyber. SMC-9, 1979, No. 6, 334-344.

Znaczenie użytych skrótów:

IEEE Trans PAMI = IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence

LNCS = Lecture Notes on Computer Science, Springer, Berlin

ABSTRACT

Włodzimierz Kasprzak

"Model of a 3-D Object Recognition System"

A syntactic-semantic pattern recognition model for some restricted scene analysis tasks is presented. As a practical background a subsystem of a computer vision system is proposed. A general purpose analysing system will do three processing steps - low level processing, object recognition, high level processing. Our domain of interest is object recognition, if 3-dimensional primitives are given. To modelize such problem, known structural approaches are ineffective. It is due to the complexity of primitive extraction from sensory information, which is not powerful enough to guide a parsing or template matching procedure.

A powerful object description language is proposed. The syntax is based on a node-controlled parallel structure grammar. Particular attention is paid to elements shared in common by several parts and to hidden line/surface problems. Both are embedded in the syntax and derivation steps. The semantic is well-defined due to the attributive grammar. The description language represents topological, geometrical and local structural information about 3-D solids and gives transformations between neighboring levels of data abstraction.

An analysis problem is seen as searching for a derivation in the attributive grammar, which is semantically consistent due to the variable substitution in input data.

Some of the model objectives are :

- the analysis proceeds in a bi-directional /data-driven and knowledge-driven/ manner, with primitive extraction and linguistic analysis coupled ;
- multiple and ambiguous interpretations are possible - on all abstraction levels;
- partial interpretations are expected .

СОДЕРЖАНИЕ

Влодзимеж Каспжак

"Модель системы распознавания трёхмерных объектов"

В работе представлена синтактико-семантическая модель распознавания изображений предназначена для анализа простых сцен. Практическим применением является подсистема программ вычислительной машины анализирующей изображения генерального типа.

Система генерального анализа состоит из процессов трёх типов - обработка данных низкого уровня, распознавание объектов, обработка данных высокого уровня. Рассмотрены проблемы распознавания объектов, когда существуют трёхмерные данные. Известные структурные методы являются мало эффективными моделями решения этой задачи. Элементарные описания изображений извлечены из сенсорной информации это недостаточные данные для процесса грамматического разбора или сравнения с эталоном.

Автор предлагает язык описания объектов большой мощности. Основой синтактики языка является атомная параллельная грамматика докладных структур. Особое внимание посвящено общим элементам разных деталей и проблеме закрытых линии / плоскости. Семантика языка математически определена в следствие атрибуции грамматики.

В этом языке возможна репрезентация геометрической информации, общей и местной структуры трёхмерных глыбок, и механизма перехода между уровнями абстракции данных. Проблем распознавания состоит в поиску вывода атрибутивной грамматики, который является семантически правильный для входных данных.

Некоторые признаки модели это :

- анализ проходит во 2. направлениях /управлён данными или знанием/,
- на всех уровнях абстракции возможна многократная интерпретация,
- ориентировка к частичной интерпретации.